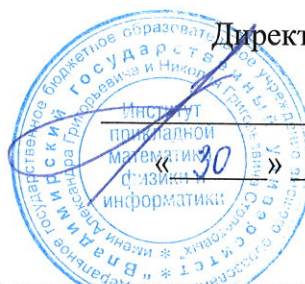


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института



Хорьков К.С.

08 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ОБЩАЯ АЛГЕБРА**

(наименование дисциплины)

**направление подготовки / специальность**

**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

(код и наименование направления подготовки (специальности))

**направленность (профиль) подготовки**

**Математические методы в экономике и финансах**

(направленность (профиль) подготовки))

г. Владимир

2021

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Общая алгебра» является более глубокое изучение таких важнейших множеств, как натуральные и целые числа, комплексные числа, многочлены, причем в основном с точки зрения операций, заданных на них, а также ознакомление с основными алгебраическими структурами такими, как группы, кольца, поля и др.

Задачи:

- сформировать навыки абстрактного логического мышления;
- изучить свойства всевозможных алгебраических структур;
- научиться применять методы и алгоритмы абстрактной алгебры для решения прикладных задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Общая алгебра» относится к обязательной части учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: линейная алгебра, математический анализ, аналитическая геометрия.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Умеет использовать базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<b>Знает</b> основные понятия современной алгебры, определения и свойства абстрактных алгебраических структур. <b>Умеет</b> использовать в своей будущей профессиональной деятельности фундаментальные знания алгебры для решения прикладных задач. <b>Владеет</b> современным алгебраическим аппаратом, алгоритмами и методами прикладной алгебры.	Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации
ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания	ПК-1.1. Знает основы научной теории и системного мышления,	<b>Знает</b> основные понятия современной алгебры, определения и свойства	Типовой расчет, контрольные вопросы к

<p>математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.</p>	<p>полученные в области математических и (или) естественных наук, принципы построения и виды архитектуры программного обеспечения. ПК-1.2. Умеет строить схемы причинно-следственных связей, методологии разработки программного обеспечения и технологии программирования. ПК-1.3. Владеет навыками выявления существенных явлений проблемной ситуации, разработки и изменения архитектуры программного обеспечения.</p>	<p>абстрактных алгебраических структур. <b>Умеет</b> использовать в своей будущей профессиональной деятельности фундаментальные знания алгебры для решения прикладных задач. <b>Владеет</b> современным алгебраическим аппаратом, алгоритмами и методами прикладной алгебры.</p>	<p>рейтинг-контролю и промежуточной аттестации</p>
--	---	--	--

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов

##### Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Натуральные и целые числа	3	1-3	6	6		6	20	
2	Действительные и комплексные числа	3	4-5	4	4		4	15	Рейтинг-контроль 1
3	Многочлены	3	6-10	10	10		10	30	Рейтинг-контроль 2
4	Основные понятия теории множеств	3	11-12	4	4		4	12	
5	Алгебраические системы.	3	13-18	12	12		12	40	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего за 3 семестр:</b>				<b>36</b>	<b>36</b>		<b>117</b>		<b>Экзамен (27)</b>
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>36</b>	<b>36</b>		<b>117</b>		<b>Экзамен (27)</b>

## Содержание лекционных занятий по дисциплине

### Раздел 1. Натуральные и целые числа.

Тема 1. Аксиоматика натуральных чисел. Системы счисления (десятичная, двоичная, восьмеричная). Перевод чисел из одной системы счисления в другую.

Тема 2. Метод математической индукции. Принцип Дирихле.

Тема 3. Деление натуральных чисел с остатком. Простые и составные числа. Признаки делимости на 3, 9 и 11. Однозначность разложения на множители.

Тема 4. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух натуральных чисел и способы их нахождения. Диофантовы уравнения.

### Раздел 2. Действительные и комплексные числа.

Тема 1. Рациональные и иррациональные числа. Действительные числа и их геометрическое изображение. Понятие о мощности множества. Счетные и несчетные множества.

Тема 2. Определение комплексных чисел. Модуль и аргумент. Геометрическое изображение и различные формы записи. Формула Эйлера. Формула Муавра. Арифметика комплексных чисел.

Тема 3. Извлечение корня из комплексного числа. Решение квадратных уравнений с действительными и комплексными коэффициентами.

### Раздел 3. Многочлены.

Тема 1. Степень многочлена. Корень многочлена. Деление многочленов с остатком. Алгоритм Евклида. Теорема Безу. Целочисленные многочлены и подбор корней. Кратность корня.

Тема 2. Основная теорема алгебры. Неприводимые многочлены. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители.

Тема 3. Кубические уравнения. Теорема Виета. Решение кубического уравнения методом Кардано.

Тема 4. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное многочленов. Нахождение НОД двух многочленов (алгоритм Евклида). Устранение кратности корней.

Тема 5. Локализация корней алгебраических уравнений. Правило Штурма. Алгебраические и трансцендентные числа.

### Раздел 4. Основные понятия теории множеств.

Тема 1. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера – Венна. Основные законы теории множеств. Отображения множеств. Инъективные, сюръективные и биективные отображения и их свойства. Понятие о мощности множества.

Тема 2. Бинарные отношения на множествах. Свойства бинарных отношений – рефлексивность, симметричность, транзитивность. Отношения строгого и нестрогого частичного порядков. Отношение полного порядка. Отношение линейного порядка.

Тема 3. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Фактор – множества.

### Раздел 5. Алгебраические системы.

Тема 1. Унарные и бинарные операции на множестве. Алгебраические системы и алгебраические модели. Подсистемы. Фактор – системы. Декартово произведение систем. Морфизмы алгебраических систем. Мономорфизм, эпиморфизм, изоморфизм.

Тема 2. Решетки и булевы алгебры. Эквивалентность двух определений решетки. Изоморфизм булевых алгебр.

Тема 3. Полугруппы и моноиды. Циклические моноиды.

Тема 4. Группы. Подгруппы. Абелевы группы. Некоммутативные группы. Прямые суммы и прямые произведения. Структура конечных абелевых групп. Нормальные подгруппы, смежные классы, фактор-группы.

Тема 5. Группа подстановок. Транспозиции, циклы. сигнатура подстановки. Свойства подстановок.

Тема 6. Кольца и подкольца. Идеалы и фактор – кольца. Делители нуля, нильпотенты, идемпотенты. Коммутативные кольца. Кольца вычетов. Кольца многочленов и кольца формальных степенных рядов.

Тема 7. Некоммутативные кольца. Кольца матриц. Определитель квадратной матрицы как кососимметрическая и полилинейная функция ее строк. Свойства определителей.

Тема 8. Поля. Характеристика поля. Конечные поля. Числовые поля. Алгебраически замкнутые поля. Поле рациональных функций.

Тема 9. Тела. Тело кватернионов.

## Содержание практических занятий по дисциплине

### Раздел 1. Натуральные и целые числа.

Тема 1. Системы счисления (десятичная, двоичная, восьмеричная). Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Решение задач.

Тема 2. Способы доказательства утверждений. Метод математической индукции. Принцип Дирихле. Доказательство от противного. Решение задач.

Тема 3. Деление натуральных чисел с остатком. Разложение чисел на простые множители. Решение задач.

Тема 4. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух натуральных чисел и способы их нахождения. Решение Диофантовых уравнений. Решение задач.

### Раздел 2. Действительные и комплексные числа.

Тема 1. Доказательство иррациональности некоторых чисел. Решение задач.

Тема 2. Сложение, умножение, деление и возведение в степень комплексных чисел. Решение задач.

Тема 3. Извлечение корня из комплексного числа. Решение квадратных уравнений с действительными и комплексными коэффициентами. Решение задач.

### Раздел 3. Многочлены.

Тема 1. Деление многочленов с остатком. Подбор корней многочлена. Решение задач.

Тема 2. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Решение задач

Тема 3. Решение кубического уравнения методом Кардано. Решение задач.

Тема 4. Нахождение НОД двух многочленов (алгоритм Евклида). Устранение кратности корней. Решение задач.

Тема 5. Локализация корней алгебраических уравнений. Правило Штурма. Решение задач.

### Раздел 4. Основные понятия теории множеств.

Тема 1. Доказательство тождеств с помощью диаграмм Эйлера-Венна. Проверка свойств отображений. Решение задач.

Тема 2. Проверка свойств бинарных отношений. Решение задач

Тема 3. Построение фактор-множеств. Решение задач.

### Раздел 5. Алгебраические системы.

Тема 1. Проверка свойств алгебраических систем. Решение задач.

Тема 2. Изоморфизм булевых алгебр. Решение задач.

Тема 3. Полугруппы и моноиды. Проверка аксиом. Решение задач.

Тема 4. Проверка аксиом и свойств группы. Решение задач.

Тема 5. Вычисления в группе подстановок. Решение задач.

Тема 6. Проверка аксиом и свойств колец. Вычисления в кольце вычетов. Решение задач.

Тема 7. Вычисления в кольце матриц. Свойства определителей. Решение задач.

Тема 8. Вычисления в конечных полях. Решение задач.

Тема 9. Тела. Тело кватернионов. Решение задач.

## **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

### **5.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **Вопросы к рейтинг-контролю №1 «Комплексные числа».**

- 1) Что называется аргументом комплексного числа?
- 2) Какие существуют формы записи комплексных чисел?
- 3) Как определяется умножение комплексных чисел?
- 4) Какая форма записи комплексных чисел удобнее для их умножения?
- 5) Что называется сопряженным комплексным числом?
- 6) Запишите формулу Эйлера.
- 7) Какие тригонометрические формулы можно получить из формул Муавра?
- 8) Сколько существует различных корней пятой степени из единицы?
- 9) Может ли квадратное уравнение с комплексными коэффициентами иметь действительные корни?
- 10) Какие комплексные числа называются чисто мнимыми?

#### **Вопросы к рейтинг-контролю №2 «Многочлены».**

- 1) Может ли степень суммы двух многочленов быть равной нулю?
- 2) Приведите определение корня многочлена и кратности корня?
- 3) Какой может быть степень неприводимого многочлена с комплексными коэффициентами?
- 4) Сколько различных действительных корней может иметь многочлен третьей степени с действительными коэффициентами?
- 5) Можно ли найти остаток от деления данного многочлена на квадратный трехчлен, не пользуясь алгоритмом Евклида?
- 6) Может ли многочлен четвертой степени с действительными коэффициентами быть неприводимым?
- 7) Как найти наименьшее общее кратное двух многочленов?
- 8) Сформулируйте основную теорему алгебры.
- 9) Приведите пример многочлена четвертой степени, который имеет ровно три различных корня.
- 10) Докажите, что если многочлен и его производная имеют общий множитель ненулевой степени, то этот многочлен имеет кратные корни.

#### **Вопросы к рейтинг- контролю №3 «Алгебраические системы».**

- 1) Приведите пример алгебраической системы с тремя бинарными операциями.
- 2) Могут ли изоморфные алгебраические системы иметь различную мощность?
- 3) В чем отличие моноида от полугруппы?
- 4) Может ли группа содержать два нейтральных элемента?
- 5) Может ли конечная булева алгебра содержать ровно десять элементов?
- 6) В чем отличие коммутативной группы от абелевой группы?
- 7) Какая группа называется знакопеременной?
- 8) Существуют ли в кольце вычетов по модулю 10 делители нуля?
- 9) Может ли характеристика поля быть равной 6?
- 10) Приведите примеры идемпотентов кольца матриц, отличных от 0 и 1.

## 5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

### Вопросы к экзамену

1. Системы счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую.
2. Метод математической индукции. Принцип Дирихле.
3. Деление натуральных чисел с остатком. Алгоритм Евклида.
4. Простые и составные числа. Признаки делимости. Разложение на множители.
5. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух чисел и методы их нахождения.
6. Решение диофантовых уравнений.
7. Рациональные и иррациональные числа. Перевод обыкновенных дробей в десятичные и наоборот.
8. Понятие о мощности множества. Конечные, счетные и несчетные множества.
9. Комплексные числа. Геометрическое изображение. Различные формы записи. Формулы Эйлера и Муавра.
10. Сложение, умножение и деление комплексных чисел. Возведение в степень.
11. Извлечение корня из комплексного числа. Решение квадратных уравнений.
12. Решение кубического уравнения методом Кардано.
13. Алгоритм Евклида деления многочленов с остатком.
14. Теорема Безу. Подбор корней целочисленного многочлена.
15. Алгебраические и трансцендентные числа. Простые и кратные корни.
16. Наибольший общий делитель многочленов. Устранение кратности корней.
17. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов на неприводимые множители.
18. Отношения на множествах. Способы задания отношений. Свойства отношений.
19. Отношения строгого и нестрогого частичного порядка. Верхние и нижние грани.
20. Отношение эквивалентности. Фактор – множество.
21. Унарные и бинарные операции на множествах. Свойства операций. Алгебраические системы и алгебраические модели.
22. Подсистемы алгебраических систем. Фактор – системы. Декартовы произведения систем.
23. Морфизмы алгебраических систем. Изоморфизм.
24. Полугруппы и моноиды. Циклические моноиды.
25. Группы. Подгруппы. Нормальные подгруппы. Фактор – группы.
26. Группа подстановок. Транспозиции и циклы.
27. Кольца. Подкольца. Идеалы. Фактор – кольца. Делители нуля. Идемпотенты. Нильпотенты.
28. Кольца вычетов.
29. Поле. Характеристика поля. Числовые поля. Алгебраически замкнутые поля.
30. Конечные поля.
31. Расширения полей.
32. Тела. Тело кватернионов.

### 5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

#### Типовой расчет №1 «Комплексные числа и многочлены»

- 1) Арифметика комплексных чисел.
- 2) Данное комплексное число возвести в степень и извлечь корень из него.
- 3) Найти корни квадратного уравнения с комплексными коэффициентами.
- 4) Найти корни кубического уравнения методом Кардано.
- 5) Найти остаток от деления данного многочлена на квадратный трехчлен.
- 6) Найти корни многочлена четвертой степени по теореме Безу путем подбора корней.
- 7) Найти НОД двух многочленов.
- 8) Устранить кратность корней многочлена.

### Типовой расчет №2 «Алгебраические системы».

- 1) Определить, является ли данное множество алгебраической системой, и, если «да», то к какому типу относится.
- 2) В кольце многочленов и в кольце матриц заданы несколько подмножеств. Определить, какие из них являются подкольцами, а какие – идеалами.
- 3) Для нескольких заданных алгебраических систем определить все пары изоморфных систем
- 4) Данную подстановку представить в виде произведения нескольких транспозиций.
- 5) Для заданных подстановок  $a, b, c$  решить линейное уравнение  $axb = c$ .
- 6) Решить систему линейных уравнений с коэффициентами из кольца вычетов по модулю  $p$ .
- 7) В заданном расширении поля рациональных чисел найти элемент, обратный данному.
- 8) Решить линейное уравнение с коэффициентами из тела кватернионов.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Наличие в электронном каталоге ЭБС	
Основная литература			
1. Смолин, Ю.Н. Алгебра и теория чисел : учеб. пособие / Ю.Н. Смолин. — 5-е изд., стер.—Москва : ФЛИНТА, 2017. — 464 с. - ISBN 978-5-9765-0050-1	2017	<a href="http://znanium.com/catalog/product/1034573">http://znanium.com/catalog/product/1034573</a>	
2. Бортаковский, А. С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум : учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — 2-е изд., стер. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 352 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010206-1.	2019	<a href="https://znanium.com/catalog/product/1014764">https://znanium.com/catalog/product/1014764</a>	
Дополнительная литература			
1. Шуман, Г. И. Алгебра и геометрия : учебное пособие / Г. И. Шуман, О. А. Волгина, Н. Ю. Голодная. - Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2019. - 160 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-369-01708-1.	2019	<a href="https://znanium.com/catalog/product/1002027">https://znanium.com/catalog/product/1002027</a>	
2. Бортаковский, А. С. Линейная алгебра в примерах и задачах : учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — 3-е изд., стер. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 592 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010586-4.	2020	<a href="https://znanium.com/catalog/product/1045621">https://znanium.com/catalog/product/1045621</a>	
3. Антонов В.И., Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. - М. : Проспект, 2015. - 144 с. - ISBN 978-5-392-16893-4	2015	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html</a>	

### 6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

### 6.3. Интернет-ресурсы

<http://window.edu.ru/>, <https://exponenta.ru/>, <https://www.allmath.com/>

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3). Перечень используемого лицензионного программного обеспечения: Microsoft Excel, Maple.



Рабочую программу составил:

к.ф.-м.н., зав. кафедрой ФАиП Бурков В.Д.



Рецензент (представитель работодателя):

заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В.



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д.



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии зав. кафедрой ФАиП Бурков В.Д.



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---