

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Хорьков К.С.

20 08 20 21 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ**

(наименование дисциплины)

**направление подготовки / специальность**

**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

(код и наименование направления подготовки (специальности))

**направленность (профиль) подготовки**

**Математические методы в экономике и финансах**

(направленность (профиль) подготовки)

г. Владимир

2021

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Методы оптимизации» – теоретическая и практическая подготовка студентов математическим методам оптимизации, то есть методам решения задач поиска безусловного и условного экстремумов различных функционалов.

Задачи: развить логическое мышление и умение решать оптимизационные задачи.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Методы оптимизации» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, учебного плана (дисциплина по выбору).

Пререквизиты дисциплины: математический анализ, линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальная геометрия и топология, функциональный анализ.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций).

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.	<p>ПК-1.1. Знает основы научной теории и системного мышления, полученные в области математических и (или) естественных наук, принципы построения и виды архитектуры программного обеспечения.</p> <p>ПК-1.2. Умеет строить схемы причинно-следственных связей, методологии разработки программного обеспечения и технологии программирования.</p> <p>ПК-1.3. Владеет навыками выявления существенных явлений проблемной ситуации, разработки и изменения архитектуры программного обеспечения.</p>	<p><b>Знать</b> корректные постановки классических задач.</p> <p><b>Уметь</b> определять общие формы, закономерности, инструментальные средства отдельной предметной области; понять поставленную задачу и сформулировать результат.</p> <p><b>Владеть</b> значительными навыками самостоятельной работы с компьютером, программирования, использования методов обработки информации и численных методов решения базовых задач; навыками самостоятельного построения алгоритма и его анализа.</p>	Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации
ПК-3. Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов экономико-математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных	ПК-3.1. Знает возможности современных и перспективных средств разработки программных продуктов и технических средств, типовые решения, используемые при разработке и реализации алгоритмов экономико-математических моделей в	<p><b>Знать</b> корректные постановки классических задач.</p> <p><b>Уметь</b> определять общие формы, закономерности, инструментальные средства отдельной предметной области; понять поставленную задачу и сформулировать результат.</p>	Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации

<p>программ моделирования.</p>	<p>конкретной области экономической деятельности. ПК-3.2. Умеет использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения. ПК-3.3. Владеет навыками проведения маркетинговых исследований научно-технической информации и реализации алгоритмов экономико-математических моделей на базе современных языков программирования.</p>	<p><b>Владеть</b> значительными навыками самостоятельной работы с компьютером, программирования, использования методов обработки информации и численных методов решения базовых задач; навыками самостоятельного построения алгоритма и его анализа.</p>	
<p>ПК-5. Способен принимать участие в управлении проектами создания информационных систем и программных комплексов на стадиях их жизненного цикла.</p>	<p>ПК-5.1. Знает методы и средства проектирования программного обеспечения, баз данных и программных интерфейсов, методы концептуального проектирования и методы публичной защиты проектных работ. ПК-5.2. Умеет применять методы и средства проектирования программного обеспечения, структур данных, баз данных, программных интерфейсов, разрабатывать технико-экономическое обоснование и проводить презентации. ПК-5.3. Владеет навыками проектирования структур данных, баз данных, программных интерфейсов, предложений принципиальных вариантов концептуальной архитектуры системы и проведением презентаций концепции и технического задания заинтересованным лицам.</p>	<p><b>Знать</b> корректные постановки классических задач. <b>Уметь</b> определять общие формы, закономерности, инструментальные средства отдельной предметной области; <b>понять</b> поставленную задачу и сформулировать результат. <b>Владеть</b> значительными навыками самостоятельной работы с компьютером, программирования, использования методов обработки информации и численных методов решения базовых задач; навыками самостоятельного построения алгоритма и его анализа.</p>	<p>Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации</p>

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

##### Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Классификация оптимизационных задач. Основные определения и обозначения.	6	1-2	2	2		2	6	
2	Принцип максимума. Допустимые управления.	6	3-4	2	2	6	5	6	
3	Доказательство принципа максимума	6	5-6	2	2		2	6	Рейтинг-контроль 1
4	Линейные оптимальные быстродействия. Теорема о числе переключений.	6	7-8	2	2	2	3	6	
5	Применение теории оптимальных процессов к задачам приближения функций	6	9-10	2	2	2	3	6	
6	Основная задача вариационного исчисления	6	11-12	2	2	2	3	6	Рейтинг-контроль 2
7	Задача Лагранжа	6	13-14	2	2	2	3	6	
8	Оптимальные процессы при ограниченных фазовых координатах	6	15-16	2	2	2	3	6	
9	Статистическая задача оптимального управления	6	17-18	2	2	2	3	6	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего за 6 семестр:</b>				<b>18</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>54</b>	<b>Зачет</b>
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>18</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>54</b>	<b>Зачет</b>

##### Содержание лекционных занятий по дисциплине

**Раздел 1. Классификация оптимизационных задач. Основные определения и обозначения.**

**Раздел 2. Принцип максимума. Допустимые управления.** Задача с подвижными концами и условия трансверсальности. Задача с закрепленным временем.

**Раздел 3. Доказательство принципа максимума.** Система уравнений в вариациях и сопряженная ей система. Вариации управлений и траекторий.

**Раздел 4. Линейные оптимальные быстродействия. Теорема о числе переключений.** Теоремы единственности. Теоремы существования. Синтез оптимального управления.

**Раздел 5. Применение теории оптимальных процессов к задачам приближения функций.** Оптимальные процессы с запаздыванием.

**Раздел 6. Основная задача вариационного исчисления.** Уравнения Эйлера и условие Лежандра. Канонические переменные.

**Раздел 7. Задача Лагранжа.** Правило множителей Лагранжа. Неравенство Вейерштрасса.

**Раздел 8. Оптимальные процессы при ограниченных фазовых координатах.** Оптимальные траектории, лежащие на границе области.

**Раздел 9. Статистическая задача оптимального управления.** Понятие о марковском процессе. Дифференциальное уравнение Колмогорова.

### **Содержание практических занятий по дисциплине**

**Раздел 1. Классификация оптимизационных задач. Основные определения и обозначения.** Решение задач.

**Раздел 2. Принцип максимума. Допустимые управления.** Задача с подвижными концами и условия трансверсальности. Задача с закрепленным временем. Решение задач.

**Раздел 3. Доказательство принципа максимума.** Система уравнений в вариациях и сопряженная ей система. Вариации управлений и траекторий. Решение задач.

**Раздел 4. Линейные оптимальные быстродействия. Теорема о числе переключений.** Теоремы единственности. Теоремы существования. Синтез оптимального управления. Решение задач.

**Раздел 5. Применение теории оптимальных процессов к задачам приближения функций.** Оптимальные процессы с запаздыванием. Решение задач.

**Раздел 6. Основная задача вариационного исчисления.** Уравнения Эйлера и условие Лежандра. Канонические переменные. Решение задач.

**Раздел 7. Задача Лагранжа.** Правило множителей Лагранжа. Неравенство Вейерштрасса. Решение задач.

**Раздел 8. Оптимальные процессы при ограниченных фазовых координатах.** Оптимальные траектории, лежащие на границе области. Решение задач.

**Раздел 9. Статистическая задача оптимального управления.** Понятие о марковском процессе. Дифференциальное уравнение Колмогорова. Решение задач.

### **Содержание лабораторных занятий по дисциплине**

№1: Принцип максимума. Задача с подвижными концами и условия трансверсальности. Задача с закрепленным временем.

№2: Линейные оптимальные быстродействия. Теорема о числе переключений. Синтез оптимального управления.

№3: Основная задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера и условие Лежандра.

№4: Оптимальные процессы при ограниченных фазовых координатах. Построение оптимальных траекторий, лежащих на границе области.

## **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

### **5.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **Рейтинг-контроль 1 «Линейное программирование»**

Тема: «Принцип максимума. Основные оптимизационные задачи».

## **Рейтинг-контроль № 2**

Тема: «Задача Лагранжа. Основная задача вариационного исчисления».

## **Рейтинг-контроль №3**

Тема: «Статистическая задача оптимального управления».

### **5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (зачет).**

#### **Контрольные вопросы к зачету**

1. Классификация оптимизационных задач. Основные определения и обозначения.
2. Принцип максимума. Допустимые управления.
3. Задача с подвижными концами и условия трансверсальности.
4. Задача с закрепленным временем.
5. Доказательство принципа максимума. Система уравнений в вариациях и сопряженная ей система. Вариации управлений и траекторий.
6. Линейные оптимальные быстродействия. Теорема о числе переключений.
7. Теоремы единственности. Теоремы существования.
8. Синтез оптимального управления.
9. Применение теории оптимальных процессов к задачам приближения функций.
10. Оптимальные процессы с запаздыванием.
11. Основная задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера и условие Лежандра. Канонические переменные.
12. Задача Лагранжа. Правило множителей Лагранжа. Неравенство Вейерштрасса.
13. Оптимальные процессы при ограниченных фазовых координатах.
14. Оптимальные траектории, лежащие на границе области.
15. Статистическая задача оптимального управления. Понятие о марковском процессе.
16. Дифференциальное уравнение Колмогорова.

### **5.3. Самостоятельная работа обучающегося.**

#### **Темы индивидуальных заданий**

1. Задача с подвижными концами и условия трансверсальности. Задача с закрепленным временем.
2. Линейные оптимальные быстродействия. Теорема о числе переключений. Теоремы единственности. Теоремы существования. Синтез оптимального управления.
3. Применение теории оптимальных процессов к задачам приближения функций.
4. Оптимальные процессы с запаздыванием.
5. Основная задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера и условие Лежандра. Канонические переменные.
6. Задача Лагранжа. Правило множителей Лагранжа. Неравенство Вейерштрасса.
7. Оптимальные процессы при ограниченных фазовых координатах.
8. Статистическая задача оптимального управления. Дифференциальные уравнения Колмогорова.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Наличие в электронном каталоге ЭБС	
<b>Основная литература</b>			
1. Методы оптимальных решений. В 2т. Т. 1 [Электронный ресурс] / Соколов А.В., Токарев В.В. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012 - 564 с. - ISBN978-5-9221-1399-1.	2012	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113991.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113991.html</a>	
2. Методы оптимальных решений. В 2т. Т. 2 [Электронный ресурс] / Токарев В.В. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 420 с. - ISBN978-5-9221-1400-4.	2012	<a href="http://www.studentlibrarv.ru/book/ISBN9785922114004.html">http://www.studentlibrarv.ru/book/ISBN9785922114004.html</a>	
3. Методы оптимизации в прикладных задачах. [Электронный ресурс] / Струченков В. И. М. : СОЛОН -ПРЕСС, 2009. - 320 с.: ил. - (Серия "Библиотека профессионала"). - ISBN978-5-91359-061-9.	2009	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785913590619.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785913590619.html</a>	
<b>Дополнительная литература</b>			
1. Методы оптимизации. Практический курс [Электронный ресурс]: учебное пособие с мультимедиа сопровождением / Пантелеев А.В. - М. : Логос, 2011. - 424 с: ил. (Новая университетская библиотека). - ISBN978-5-98704-540-4.	2011	<a href="http://www.studentlibrarv.ru/book/ISBN9785987045404.html">http://www.studentlibrarv.ru/book/ISBN9785987045404.html</a>	
2. Курс методов оптимизации [Электронный ресурс]: Учеб. Пособие. / Сухарев А. Г., Тимохов А. В., Федоров В. В. - 2-е изд., - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 384 с. - ISBN978-5-9221-0559-0.	2011	<a href="http://www.studentlibrarv.ru/book/ISBN9785922105590.html">http://www.studentlibrarv.ru/book/ISBN9785922105590.html</a>	

### 6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

### 6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel,
2. Maple.

Рабочую программу составил:  
к.ф.-м.н., доцент каф. ФАиП Мастерков Ю.В. \_\_\_\_\_



Рецензент (представитель работодателя):  
заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В. \_\_\_\_\_



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП  
Протокол № 1 от 30.08.2021 года  
Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д. \_\_\_\_\_



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии зав. кафедрой ФАиП Бурков В.Д. \_\_\_\_\_





**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---