

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**

Институт прикладной математики, физики и информатики

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Хорьков К.С.

08 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ**

(наименование дисциплины)

**направление подготовки / специальность**

**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

(код и наименование направления подготовки (специальности))

**направленность (профиль) подготовки**

**Математические методы в экономике и финансах**

(направленность (профиль) подготовки))

г. Владимир

2021

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Математические методы и модели исследования операций» – ознакомление студентов с основными математическими методами исследования экономических, физических и социальных явлений и процессов, анализа и качественной оценки различных вариантов экономической политики, а также прогноза последствий принимаемых решений.

Задачи: приобрести фундаментальные знания в области методологии и теоретических методов моделирования социальных и физических процессов, а также развить навыки постановки типовых задач в области моделирования и подготовки и использовании исходных данных при компьютерном моделировании.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Математические методы и модели исследования операций» относится части, формируемой участниками образовательных отношений, учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: математический анализ, линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.1. Знает основные принципы самовоспитания и самообразования, исходя из требований рынка труда. УК-6.2. Умеет эффективно планировать и контролировать собственное время; использовать методы саморегуляции, саморазвития самообучения. УК-6.3. Владеет способами управления своей познавательной деятельностью и удовлетворения образовательных интересов и потребностей.	Знать прикладной аспект в строгих математических формулировках. Уметь самостоятельно анализировать физические аспекты в классических постановках математических задач; ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики. Владеть способностью применять в научно-исследовательской и профессиональной деятельности базовые знания в области фундаментальной и прикладной математики и естественных наук.	Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации
ПК-3. Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов экономико-математических моделей	ПК-3.1. Знает возможности современных и перспективных средств разработки программных продуктов и технических средств, типовые решения, используемые при	Знать прикладной аспект в строгих математических формулировках. Уметь самостоятельно анализировать физические аспекты в классических постановках	Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации, курсовая работа

<p>на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования.</p>	<p>разработке и реализации алгоритмов экономико-математических моделей в конкретной области экономической деятельности.  ПК-3.2. Умеет использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения.  ПК-3.3. Владеет навыками проведения маркетинговых исследований научно-технической информации и реализации алгоритмов экономико-математических моделей на базе современных языков программирования.</p>	<p>математических задач; ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики.  Владеть способностью применять в научно-исследовательской и профессиональной деятельности базовые знания в области фундаментальной и прикладной математики и естественных наук.</p>	
<p>ПК-5. Способен принимать участие в управлении проектами создания информационных систем и программных комплексов на стадиях их жизненного цикла.</p>	<p>ПК-5.1. Знает методы и средства проектирования программного обеспечения, баз данных и программных интерфейсов, методы концептуального проектирования и методы публичной защиты проектных работ.  ПК-5.2. Умеет применять методы и средства проектирования программного обеспечения, структур данных, баз данных, программных интерфейсов, разрабатывать технико-экономическое обоснование и проводить презентации.  ПК-5.3. Владеет навыками проектирования структур данных, баз данных, программных интерфейсов, предложений принципиальных вариантов концептуальной архитектуры системы и проведением презентаций концепции и технического задания заинтересованным лицам.</p>	<p>Знать прикладной аспект в строгих математических формулировках.  Уметь самостоятельно анализировать физические аспекты в классических постановках математических задач; ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики.  Владеть способностью применять в научно-исследовательской и профессиональной деятельности базовые знания в области фундаментальной и прикладной математики и естественных наук.</p>	<p>Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации, курсовая работа</p>

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа

##### Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Линейное программирование. Построение математической модели основных экономических задач	7	1-2	4	2	4	5	3	
2	Графический метод решения задач линейного программирования на плоскости и в пространстве	7	3-4	4	2	4	5	3	
3	Симплекс-метод	7	5-6	4	2	4	5	3	Рейтинг-контроль 1
4	Целочисленное программирование. Метод Гомори	7	7-8	4	2	4	5	3	
5	Постановка транспортной задачи. Методы поиска начального опорного плана	7	9-10	4	2	4	5	3	
6	Метод потенциалов в транспортной задаче	7	11-12	4	2	4	5	3	Рейтинг-контроль 2
7	Постановка и типы задач динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана	7	13-14	4	2	4	5	3	
8	Оптимальное поэтапное распределение средств между предприятиями. Оптимальный план замены оборудования	7	15-16	4	2	4	5	3	
9	Оптимизация на графах. Построение кратчайшего пути в графе, выделение минимального подграфа	7	17-18	4	2	4	5	3	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего за 7 семестр:</b>				<b>36</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>27</b>	<b>Экзамен (27)</b>
<b>Наличие в дисциплине КР/КР</b>					<b>+</b>				<b>КР</b>
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>36</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>27</b>	<b>КР, Экзамен (27)</b>

## Содержание лекционных занятий по дисциплине

**Раздел 1. Линейное программирование. Построение математической модели основных экономических задач.** Задачи распределения ресурсов и составления диеты. Классификация задач линейного программирования. Переход от задачи линейного программирования в канонической форме к задаче стандартного вида и наоборот.

**Раздел 2. Графический метод решения задач линейного программирования на плоскости и в пространстве.** Графический способ решения задачи линейного программирования. Геометрия многомерного пространства. Геометрический способ решения задачи линейного программирования в многомерном пространстве.

**Раздел 3. Симплекс-метод.** Теоремы о совпадении понятий опорного плана и угловой точки. Принцип перехода к соседнему опорному плану в симплекс-методе. Условие оптимальности в симплекс-методе. Алгоритм симплекс-метода. Метод искусственного базиса как метод поиска начального опорного плана. Решение смешанной задачи линейного программирования М-методом. Понятие о двойственном симплекс-методе. Графическое решение целочисленной задачи линейного программирования.

**Раздел 4. Целочисленное программирование. Метод Гомори.** Метод Гомори решения целочисленной задачи линейного программирования. Принципы построения двойственных задач. Составление двойственной задачи к смешанной задаче линейного программирования. Первая теоремы двойственности. Вторая теоремы двойственности.

**Раздел 5. Постановка транспортной задачи. Методы поиска начального опорного плана.** Постановка транспортной задачи и теорема о ее разрешимости. Методы поиска начального опорного плана транспортной задачи – метод северо-западного угла и метод минимальной стоимости.

**Раздел 6. Метод потенциалов в транспортной задаче.** Решение транспортной задачи по методу потенциалов. Различные способы решения открытой транспортной задачи. Особые случаи при анализе вырожденных опорных планов.

**Раздел 7. Постановка и типы задач динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана.** Основы динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана. Основное функциональное уравнение динамического программирования.

**Раздел 8. Оптимальное поэтапное распределение средств между предприятиями. Оптимальный план замены оборудования.** Оптимальное единовременное распределение средств между предприятиями. Оптимальное поэтапное распределение средств между предприятиями в течение планового периода. Задача об оптимальном плане замены оборудования. Календарное планирование трудовых ресурсов.

**Раздел 9. Оптимизация на графах. Построение кратчайшего пути в графе, выделение минимального подграфа.** Основные понятия теории графов. Пути в графе, маршруты в орграфе. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Дейкстра. Задача о критическом пути в графе. Задача о графе минимальной длины. Максимальный поток в графе.

## Содержание практических занятий по дисциплине

**Раздел 1. Линейное программирование. Построение математической модели основных экономических задач.** Задачи распределения ресурсов и составления диеты. Классификация задач линейного программирования. Переход от задачи линейного программирования в канонической форме к задаче стандартного вида и наоборот. Решение задач.

**Раздел 2. Графический метод решения задач линейного программирования на плоскости и в пространстве.** Графический способ решения задачи линейного программирования. Геометрический способ решения задачи линейного программирования в многомерном пространстве. Решение задач.

**Раздел 3. Симплекс-метод.** Теоремы о совпадении понятий опорного плана и угловой точки. Принцип перехода к соседнему опорному плану в симплекс-методе. Условие оптимальности в симплекс-методе. Алгоритм симплекс-метода. Решение смешанной задачи линейного программирования М-методом. Графическое решение целочисленной задачи линейного программирования.

**Раздел 4. Целочисленное программирование. Метод Гомори.** Метод Гомори решения целочисленной задачи линейного программирования. Принципы построения двойственных задач. Составление двойственной задачи к смешанной задаче линейного программирования. Решение задач.

**Раздел 5. Постановка транспортной задачи. Методы поиска начального опорного плана.** Постановка транспортной задачи и теорема о ее разрешимости. Методы поиска начального опорного плана транспортной задачи – метод северо-западного угла и метод минимальной стоимости. Решение задач.

**Раздел 6. Метод потенциалов в транспортной задаче.** Решение транспортной задачи по методу потенциалов. Различные способы решения открытой транспортной задачи. Особые случаи при анализе вырожденных опорных планов. Решение задач.

**Раздел 7. Постановка и типы задач динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана.** Основы динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана. Основное функциональное уравнение динамического программирования. Решение задач.

**Раздел 8. Оптимальное поэтапное распределение средств между предприятиями. Оптимальный план замены оборудования.** Оптимальное единовременное распределение средств между предприятиями. Оптимальное поэтапное распределение средств между предприятиями в течение планового периода. Задача об оптимальном плане замены оборудования. Календарное планирование трудовых ресурсов. Решение задач.

**Раздел 9. Оптимизация на графах. Построение кратчайшего пути в графе, выделение минимального подграфа.** Основные понятия теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Дейкстры. Задача о критическом пути в графе. Задача о графе минимальной длины. Решение задач.

### **Содержание лабораторных занятий по дисциплине**

1. Метод Гаусса-Жордана и его применение при решении задачи линейного программирования в канонической форме сведением к задаче стандартного вида относительно меньшего числа переменных, решаемой графически.
2. Решение задач линейного программирования в канонической форме и стандартного вида в системе Excel с помощью надстройки «Поиск решений».
3. Решение целочисленных задач линейного программирования в системе Excel.
4. Анализ устойчивости решения задач линейного программирования в системе Excel
5. Решение транспортных задач в системе Excel с помощью надстройки «Поиск решений».
6. Решение задач динамического программирования методом построения таблиц.
7. Табличный способ решения типовых экономических задач на основе принципа оптимальности Беллмана.
8. Оптимизация на графах по алгоритму Дейкстры.
9. Построение критического пути в графе и орграфе.

**5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

## **5.1. Текущий контроль успеваемости**

### **Рейтинг-контроль 1 «Линейное программирование»**

#### Типы задач

1. Графическое решение задачи линейного программирования на плоскости.
2. Графическое решение задачи линейного программирования в пространстве.
3. Симплекс-метод.
4. Графическое решение целочисленной задачи линейного программирования.

### **Рейтинг-контроль 2 «Транспортная задача и динамическое программирование»**

#### Типы задач.

1. Транспортная задача. Закрытый случай.
2. Транспортная задача. Открытый случай.
3. Решение задачи динамического программирования

### **Рейтинг-контроль 3 «Задачи оптимизации на графах».**

#### Типы задач

1. Построение кратчайшего пути в графе по алгоритму Дейкстры.
2. Выделение связного подграфа минимальной длины.
3. Построение критического пути в орграфе.

## **5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины**

### **Контрольные вопросы к экзамену**

1. Построение математической модели основных экономических задач – распределения ресурсов и составления диеты.
2. Классификация задач линейного программирования.
3. Переход от задачи линейного программирования в канонической форме к задаче стандартного вида и наоборот.
4. Графический способ решения задачи линейного программирования.
5. Геометрия многомерного пространства.
6. Геометрический способ решения задачи линейного программирования в многомерном пространстве.
7. Теоремы о совпадении понятий опорного плана и угловой точки.
8. Принцип перехода к соседнему опорному плану в симплекс-методе.
9. Условие оптимальности в симплекс-методе.
10. Алгоритм симплекс-метода.
11. Метод искусственного базиса как метод поиска начального опорного плана.
12. Решение смешанной задачи линейного программирования М-методом.
13. Понятие о двойственном симплекс-методе.
14. Графическое решение целочисленной задачи линейного программирования.
15. Метод Гомори решения целочисленной задачи линейного программирования.
16. Принципы построения двойственных задач. Составление двойственной задачи к смешанной задаче линейного программирования.
17. Первая теоремы двойственности.
18. Вторая теоремы двойственности.
19. Постановка транспортной задачи и теорема о ее разрешимости.
20. Методы поиска начального опорного плана транспортной задачи – метод северо-западного угла и метод минимальной стоимости.
21. Решение транспортной задачи по методу потенциалов.
22. Различные способы решения открытой транспортной задачи.
23. Особые случаи при анализе вырожденных опорных планов.
24. Основы динамического программирования.
25. Принцип оптимальности Беллмана.

26. Основное функциональное уравнение динамического программирования.
27. Оптимальное единовременное распределение средств между предприятиями.
28. Оптимальное поэтапное распределение средств между предприятиями в течение планового периода.
29. Задача об оптимальном плане замены оборудования.
30. Календарное планирование трудовых ресурсов.
31. Основные понятия теории графов.
32. Пути в графе, маршруты в орграфе.
33. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Дейкстра.
34. Задача о критическом пути в графе.
35. Задача о графе минимальной длины.
36. Максимальный поток в графе.

### **5.3. Самостоятельная работа обучающегося.**

#### **Темы курсовых работ**

1. Решить задачу линейного программирования графически на плоскости.
2. Решить задачу линейного программирования графически в пространстве.
3. Задачу линейного программирования в канонической форме с большим числом переменных свести к задаче стандартного вида с меньшим числом переменных и решить графически.
4. Задачу линейного программирования стандартного вида свести к задаче в канонической форме.
5. Классическую задачу распределения ресурсов решить симплекс-методом.
6. Метод искусственного базиса как метод поиска начального опорного плана.
7. Решить смешанную задачу линейного программирования М-методом.
8. Понятие о двойственном симплекс-методе.
9. Графическое решение целочисленной задачи линейного программирования.
10. Метод Гомори решения целочисленной задачи линейного программирования.
11. Первая и вторая теоремы двойственности.
12. Составление двойственной задачи к смешанной задаче линейного программирования.
13. Решение двойственной задачи с использованием теорем двойственности.
14. Методы поиска начального опорного плана транспортной задачи – метод северо-западного угла и метод минимальной стоимости.
15. Решение транспортной задачи по методу потенциалов.
16. Различные способы решения открытой транспортной задачи.
17. Особые случаи при анализе вырожденных опорных планов.
18. Оптимальное единовременное распределение средств между предприятиями.
19. Оптимальное поэтапное распределение средств между предприятиями в течение планового периода.
20. Задача об оптимальном плане замены оборудования.
21. Календарное планирование трудовых ресурсов.
22. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Дейкстра.
23. Задача о кратчайшем пути в орграфе по алгоритму Дейкстра.
24. Задача о критическом пути в графе.
25. Задача о графе минимальной длины.
26. Максимальный поток в графе.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.



## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
1. Гетманчук, А. В. Экономико-математические методы и модели : учебное пособие / А. В. Гетманчук, М. М. Ермилов. — Москва : Дашков и К, 2017. — 186 с. — ISBN 978-5-394-01575-5.	2017	<a href="https://e.lanbook.com/book/93509">https://e.lanbook.com/book/93509</a>
2. Гусева, Е. Н. Экономико-математическое моделирование : учебное пособие / Е. Н. Гусева. – 4-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2021. – 216 с. – ISBN 978-5-89349-976-6.	2021	<a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=83540">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=83540</a>
Дополнительная литература		
1. Токарев, В. В. Модели и решения : Исследование операций для экономистов, политологов и менеджеров / Токарев В. В. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 408 с. - ISBN 978-5-9221-1451-6.	2014	<a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114516.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114516.html</a>
2. Ибрагимов, Н. Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности / Ибрагимов Н. Х. ; Пер. с англ. И. С. Емельяновой. - 2-е изд., доп. и испр. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 332 с. - ISBN 978-5-9221-1377-9.	2012	<a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113779.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113779.html</a>
3. Охорзин, В. А. Математическая экономика : учебник / В. А. Охорзин. - Москва : Абрис, 2012. - 263 с. - ISBN 978-5-4372-0062-9.	2012	<a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785437200629.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785437200629.html</a>
4. "Жесткие" и "мягкие" математические модели." [Электронный ресурс] / Арнольд В.И. - 3-е изд., стереотип. - М.: МЦНМО, 2011 - 32 с.: ил. - ISBN 978-5-94057-690-7.	2011	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940576907.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940576907.html</a>

### 6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

### 6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

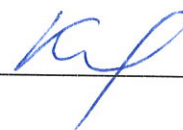
Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения: Microsoft Excel, Maple.

Рабочую программу составил:  
к.ф.-м.н., доцент каф. ФАиП Мастерков Ю.В.



Рецензент (представитель работодателя):  
заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В.



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП  
Протокол № 1 от 30.08.2021 года  
Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д.



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии зав. кафедрой ФАиП Бурков В.Д.



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---