

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Хорьков К.С.

20 21 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

(наименование дисциплины)

**направление подготовки / специальность**

**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

(код и наименование направления подготовки (специальности))

**направленность (профиль) подготовки**

**Математические методы в экономике и финансах**

(направленность (профиль) подготовки))

г. Владимир

2021

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Численные методы» — ознакомление с численным анализом, методами приближенных расчетов, их компьютерной реализацией и использованием в естественнонаучных, технических и экономических задачах.

Задачи:

- ознакомление с важнейшими понятиями и методами численного анализа;
- формирование навыков использования численных методов и их компьютерной реализации;
- формирование навыков построения и использования математических моделей).

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Численные методы» относится к обязательной части учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: линейная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория функций комплексного переменного, функциональный анализ.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Умеет использовать базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<b>Знает</b> основные понятия численного анализа. <b>Умеет</b> применять численные методы для решения прикладных задач. <b>Владеет</b> методами вычислительной математики.	Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации
ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.	ПК-1.1. Знает основы научной теории и системного мышления, полученные в области математических и (или) естественных наук, принципы построения и виды архитектуры программного	<b>Знает</b> основные понятия численного анализа. <b>Умеет</b> применять численные методы для решения прикладных задач. <b>Владеет</b> методами вычислительной математики.	Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации

	<p>обеспечения.  ПК-1.2. Умеет строить  схемы причинно-  следственных связей,  методологии разработки  программного  обеспечения и  технологии  программирования.  ПК-1.3. Владеет  навыками выявления  существенных явлений  проблемной ситуации,  разработки и изменения  архитектуры  программного  обеспечения.</p>		
--	---	--	--

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

##### Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Многочлены	7	1-4	8	4	4	8	26	
2	Численное решение алгебраических, иррациональных и трансцендентных уравнений и их систем	7	5-6	4	2	2	4	13	Рейтинг-контроль 1
3	Полиномиальная и рациональная аппроксимация в пространстве непрерывных функций	7	7-12	12	6	6	12	39	Рейтинг-контроль 2
4	Аппроксимация в евклидовом пространстве	7	13-14	4	2	2	4	13	
5	Численное интегрирование и численное дифференцирование	7	15-16	4	2	2	4	13	
6	Численное решение дифференциальных уравнений	7	17-18	4	2	2	4	13	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего за 7 семестр:</b>				<b>36</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>117</b>	<b>Экзамен (27)</b>
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>36</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>117</b>	<b>Экзамен (27)</b>

## Содержание лекционных занятий по дисциплине

### Раздел 1. Многочлены

*Тема 1. Основные определения и теоремы о многочленах.* Многочлен, его коэффициенты, степень, корни, кратность корня. Основная теорема алгебры. Теорема Виета. Свойства многочленов с вещественными коэффициентами.

*Тема 2. Схема Горнера.* Схема Горнера. Применение схемы Горнера для оценки границы вещественных корней многочлена.

*Тема 3. Алгоритм Евклида. Устранение кратности корней многочлена.* Алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя двух многочленов. Корни производной многочлена. Устранение кратности корней многочлена с помощью алгоритма Евклида.

*Тема 4. Метод квадрирования корней (метод Лобачевского).* Оценка наибольшего по модулю корня многочлена методом квадрирования корней (методом Лобачевского).

### Раздел 2. Численное решение алгебраических, иррациональных и трансцендентных уравнений и их систем

*Тема 1. Методы половинного деления, итераций, Ньютона, хорд и касательных.* Теорема Больцано-Коши. Метод половинного деления. Метод итерации. Метод Ньютона. Распространение метода Ньютона для нахождения комплексных корней. Метод хорд и касательных

*Тема 2. Решение систем нелинейных уравнений.* Метод Ньютона решения систем нелинейных уравнений. Решение систем нелинейных комплексных нелинейных уравнений.

### Раздел 3. Полиномиальная и рациональная аппроксимация в пространстве непрерывных функций

*Тема 1. Полиномиальная интерполяция.* Постановка задач аппроксимации и интерполяции. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Построение интерполяционного многочлена методом Ньютона и методом Лагранжа. Погрешность полиномиальной интерполяции.

*Тема 2. Многочлены Чебышёва. Выбор узлов интерполяции.* Определение многочленов Чебышёва, их свойства. Оптимальный выбор узлов интерполяции.

*Тема 3. Метод наименьших квадратов.* Полиномиальная аппроксимация методом наименьших квадратов.

*Тема 4. Рациональная аппроксимация Паде.* Рациональная аппроксимация методом Паде.

*Тема 5. Цепные числовые дроби.* Цепные числовые дроби. Подходящие дроби. Рекуррентные формулы для числителей и знаменателей подходящих дробей. Теоремы о разностях подходящих дробей и их следствия. Применение цепных числовых дробей для сокращения дробей, для решения диофантовых уравнений и для приближения вещественных чисел.

*Тема 6. Цепные рациональные дроби.* Цепные рациональные дроби. Рациональная интерполяция.

### Раздел 4. Аппроксимация в евклидовом пространстве

*Тема 1. Евклидовы пространства. Полные ортонормированные системы. Ряды Фурье.* Определение и примеры евклидовых пространств. Определения ортонормированной системы векторов и полной системы векторов. Коэффициенты Фурье и ряд Фурье по ортонормированной системе. Экстремальное свойство частичных сумм ряда Фурье. Равенство Парсеваля.

*Тема 2. Ортогонализация Грама-Шмидта. Ортонормированная система многочленов. Метод наименьших квадратов в пространстве  $L_2$ .* Ортогонализация Грама-Шмидта. Построение ортонормированной системы многочленов. Наилучшее приближение многочленами в пространстве  $L_2$ . Матрица Грама. Теорема об определителе матрицы Грама. Метод наименьших квадратов в пространстве  $L_2$ .

## **Раздел 5. Численное интегрирование и численное дифференцирование**

*Тема 1. Квадратурные формулы.* Формулы правых и левых прямоугольников, трапеций и Симпсона. Комбинированная формула Симпсона. Метод Чебышёва. Многочлены Лежандра и их свойства. Метод Гаусса численного интегрирования. Погрешности формул.

*Тема 2. Численное дифференцирование.* Построение формул численного дифференцирования. Оценка погрешности.

## **Раздел 6. Численное решение дифференциальных уравнений**

*Тема 1. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты.* Метод Эйлера. Уточненный метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Локальная точность.

*Тема 2. Численное решение систем дифференциальных уравнений.* Построение формул численного решения систем дифференциальных уравнений. Применение к численному решению дифференциальных уравнений высших порядков.

## **Содержание практических занятий по дисциплине**

### **Раздел 1. Многочлены**

Тема 1. Основные определения и теоремы о многочленах. Решение задач.

Тема 2. Схема Горнера. Решение задач.

Тема 3. Алгоритм Евклида. Устранение кратности корней многочлена. Решение задач.

Тема 4. Метод квадрирования корней (метод Лобачевского). Решение задач.

### **Раздел 2. Численное решение алгебраических, иррациональных и трансцендентных уравнений и их систем**

Тема 1. Методы половинного деления, итераций, Ньютона, хорд и касательных.

Тема 2. Решение систем нелинейных уравнений. Решение задач.

### **Раздел 3. Полиномиальная и рациональная аппроксимация в пространстве непрерывных функций**

Тема 1. Полиномиальная интерполяция. Решение задач.

Тема 2. Многочлены Чебышёва. Выбор узлов интерполяции. Решение задач.

Тема 3. Метод наименьших квадратов. Решение задач.

Тема 4. Рациональная аппроксимация Паде. Решение задач.

Тема 5. Цепные числовые дроби. Решение задач.

Тема 6. Цепные рациональные дроби. Решение задач.

### **Раздел 4. Аппроксимация в евклидовом пространстве**

Тема 1. Евклидовы пространства. Полные ортонормированные системы. Ряды Фурье. Решение задач.

Тема 2. Ортогонализация Грама-Шмидта. Ортонормированная система многочленов. Метод наименьших квадратов в пространстве  $L_2$ . Решение задач.

### **Раздел 5. Численное интегрирование и численное дифференцирование**

Тема 1. Квадратурные формулы.

Тема 2. Численное дифференцирование. Решение задач.

### **Раздел 6. Численное решение дифференциальных уравнений**

Тема 1. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Решение задач.

Тема 2. Численное решение систем дифференциальных уравнений. Решение задач.

## **Содержание лабораторных занятий по дисциплине**

### **Раздел 1. Многочлены**

*Тема 1. Схема Горнера и метод квадрирования корней*

Написать программу, находящую границу вещественных корней заданного многочлена с помощью схемы Горнера и оценку наибольшего по модулю корня заданного многочлена с помощью метода квадрирования.

*Тема 2. Устранение кратности корней многочлена*

Написать программу, устраняющую кратность корней заданного многочлена с помощью алгоритма Евклида.

## **Раздел 2. Численное решение алгебраических, иррациональных и трансцендентных уравнений и их систем**

### *Тема 1. Численное решение уравнения*

Написать программу, находящую численно одно решение заданного уравнения методом половинного деления, методом итераций, методом Ньютона, методом хорд и касательных.

## **Раздел 3. Полиномиальная и рациональная аппроксимация в пространстве непрерывных функций**

### *Тема 1. Полиномиальная интерполяция и метод наименьших квадратов*

Написать программу, находящую интерполяционный многочлен заданной степени для заданной функции по заданному набору узлов и по чебышёвским узлам. Оценить погрешность интерполяции. Написать программу, находящую многочлен заданной степени по заданной таблице.

### *Тема 2. Аппроксимация Паде*

Написать программу, находящую дробь Паде заданного порядка для заданной функции.

### *Тема 3. Цепные дроби*

Написать программу, находящую для заданной дроби и заданного иррационального числа заданную подходящую дробь. Вычислить погрешность.

## **Раздел 4. Аппроксимация в евклидовом пространстве**

### *Тема 1. Ортогонализация Грама-Шмидта. Метод наименьших квадратов в $L_2$ .*

Написать программу, ортогонализирующую заданную систему многочленов и находящую многочлен наилучшего приближения для заданного многочлена с помощью метода Фурье и метода наименьших квадратов.

## **Раздел 5. Численное интегрирование и численное дифференцирование**

### *Тема 1. Численное интегрирование и численное дифференцирование*

Написать программу, приближенно вычисляющую с помощью методов Симпсона и Гаусса заданный интеграл. Написать программу, составляющую схему, аппроксимирующую заданный дифференциальный оператор по заданным узлам.

## **Раздел 6. Численное решение дифференциальных уравнений**

### *Тема 1. Численное решение дифференциальных уравнений*

Написать программу, составляющую методом Рунге-Кутты схему численного решения заданной задачи Коши по заданным узлам.

## **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

### **5.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **Рейтинг-контроль 1**

1. Методом Горнера найти границу вещественных корней заданного многочлена.
2. Пользуясь алгоритмом Евклида, устранить кратность корней заданного многочлена.
3. Сделав три шага метода квадрирования, найти оценку наибольшего по модулю корня заданного многочлена
4. Найти численно одно решение заданного уравнения методом половинного деления, методом итераций, методом Ньютона, методом хорд и касательных.

### Рейтинг-контроль 2

1. Построить интерполяционный многочлен заданной степени для заданной функции по заданному набору узлов и по чебышёвским узлам. Оценить погрешность интерполяции.
2. Методом наименьших квадратов построить многочлен заданной степени по заданной таблице.
3. Для заданной функции построить дробь Паде заданного порядка.
4. Для заданной дроби и заданного иррационального числа найти заданную подходящую дробь. Вычислить погрешность

### Рейтинг-контроль 3

1. Ортогонализировать заданную систему многочленов и найти многочлен наилучшего приближения для заданного многочлена, пользуясь методом Фурье и методом наименьших квадратов.
2. С помощью методов Симпсона и Гаусса вычислить приближенно заданный интеграл.
3. Составить аппроксимативную формулу для заданного дифференциального оператора по заданным узлам.
4. Методом Рунге-Кутты составить схему численного решения заданной задачи Коши по заданным узлам.

## 5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

### Контрольные вопросы к экзамену

1. Основные определения и теоремы о многочленах.
2. Схема Горнера.
3. Алгоритм Евклида. Устранение кратности корней многочлена.
4. Метод квадрирования корней (метод Лобачевского).
5. Метод половинного деления.
6. Метод итераций.
7. Метод Ньютона.
8. Метод хорд и касательных.
9. Численное решение комплексных уравнений
10. Численное решение систем нелинейных уравнений.
11. Численное решение систем комплексных уравнений.
12. Полиномиальная интерполяция. Метод Ньютона
13. Полиномиальная интерполяция. Метод Лагранжа
14. Оценка погрешности при полиномиальной интерполяции
15. Многочлены Чебышёва. Выбор узлов интерполяции.
16. Метод наименьших квадратов.
17. Рациональная аппроксимация Паде.
18. Цепные числовые дроби.
19. Цепные рациональные дроби.
20. Рациональная интерполяция.
21. Евклидовы пространства. Полные ортонормированные системы.
22. Ряды Фурье.
23. Ортогонализация Грама-Шмидта. Построение многочлена наилучшего приближения в пространстве  $L_2$  методом Фурье.
24. Метод наименьших квадратов в пространстве  $L_2$ .
25. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций.
26. Квадратурная формула Симпсона.
27. Методы Чебышёва и Гаусса.
28. Численное дифференцирование.
29. Метод Эйлера.

30. Метод Рунге-Кутты.
31. Численное решение систем дифференциальных уравнений

### 5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

#### Темы самостоятельных работ

1. Методом Горнера найти границу вещественных корней заданного многочлена.
2. Пользуясь алгоритмом Евклида, устранить кратность корней заданного многочлена.
3. Сделав три шага метода квадрирования, найти оценку наибольшего по модулю корня заданного многочлена
4. Найти численно одно решение заданного уравнения методом половинного деления, методом итераций, методом Ньютона, методом хорд и касательных.
5. Построить интерполяционный многочлен заданной степени для заданной функции по заданному набору узлов и по чебышёвским узлам. Оценить погрешность интерполяции.
6. Методом наименьших квадратов построить многочлен заданной степени по заданной таблице.
7. Для заданной функции построить дробь Паде заданного порядка.
8. Для заданной дроби и заданного иррационального числа найти заданную подходящую дробь. Вычислить погрешность
9. Ортогонализировать заданную систему многочленов и найти многочлен наилучшего приближения для заданного многочлена, пользуясь методом Фурье и методом наименьших квадратов.
10. С помощью методов Симпсона и Гаусса вычислить приближенно заданный интеграл.
11. Составить аппроксимативную формулу для заданного дифференциального оператора по заданным узлам.
12. Методом Рунге-Кутты составить схему численного решения заданной задачи Коши по заданным узлам.

Самостоятельная работа студента состоит в выполнении заданий типового расчета, оформляемого отдельным отчетом и защищаемого студентом. Методические указания и задания можно найти по ссылке: <http://e.lib.vlsu.ru/bitstream/123456789/2786/1/00288.pdf>.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
1. Численные методы. Учебное пособие для вузов [Электронный ресурс] / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – 8-е изд. (эл.). – М.: БИНОМ. – 639 с. – ISBN 978-5-9963-2616-7.	2015	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996326167.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996326167.html</a>
2. Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие [Электронный ресурс] / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков; под ред. В. А. Садовниченко. – 4-е изд. (эл.). – М.: БИНОМ. – 243 с. – ISBN 978-5-9963-2980-9.	2015	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996326167.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996326167.html</a>
3. Численные методы: учеб. пособие [Электронный ресурс] / Е. В. Карманова. – 2-е изд., стер. – М.: ФЛИНТА. – 172 с. – ISBN 978-5-9765-2303-6.	2015	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976523036.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976523036.html</a>



#### Дополнительная литература

1. Интерактивные системы Scilab, Matlab, Mathcad: [Электронный ресурс] / И. Е. Плещинская. – Казань: Издательство КНИТУ. – 195 с. – ISBN 978-5-7882-1715-4..	2014	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788217154.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788217154.html</a>
--	------	---

#### **6.2. Периодические издания**

Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

#### **6.3. Интернет-ресурсы**

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

#### **7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3). Перечень используемого лицензионного программного обеспечения: Microsoft Excel, Maple.

Рабочую программу составил:

к.ф.-м.н., доцент каф. ФАиП Додонов А.Е.



Рецензент (представитель работодателя):

заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В.



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д.



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии зав. кафедрой ФАиП Бурков В.Д.



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---