

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности

А.А.Панфилов

« 26 » 08 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«КАЧЕСТВЕННАЯ ТЕОРИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»**

Направление подготовки: 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Профиль/программа подготовки: «Математические методы в экономике и финансах»

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточной аттестации (экзамен/зачет/зачет с оценкой)
5	3 / 108	36	18	18	36	КР, экзамен (36)
Итого	3 / 108	36	18	18	36	КР, экзамен (36)

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Качественная теория динамических систем» – знакомство с фундаментальными понятиями и положениями дисциплины.

Задачи:

- формирование математического мышления при исследовании процессов различной природы и анализе их моделей;
- знакомство с методами исследования инвариантных характеристик динамических систем аналитическими методами исследования геометрических объектов,
- формирование представлений о возможностях применения качественных методов теории динамических систем к исследованию объектов профессиональной деятельности

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Качественная теория динамических систем» относится к вариативной части учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: линейная алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ, дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия и топология, физика, алгоритмы и алгоритмические языки.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	Частичное	Знать основные понятия и методы данной области математики и иметь представление о сфере применения их при анализе объектов профессиональной деятельности; Уметь свободно оперировать основными понятиями дисциплины, формулировать задачи анализа динамических процессов различной природы, давать интерпретацию полученных при анализе характеристик объектов; Владеть основными методами локального и глобального анализа динамических процессов и уметь применять его на практике.
ОПК-2. Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	Частичное	Знать основные понятия и методы данной области математики и иметь представление о сфере применения их при анализе объектов профессиональной деятельности; Уметь свободно оперировать основными понятиями дисциплины, формулировать задачи анализа динамических процессов различной природы, давать интерпретацию полученных при анализе характеристик объектов; Владеть основными методами локального и глобального анализа динамических процессов и уметь применять его на практике.
ПК-4. Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования	Частичное	Знать основные понятия и методы данной области математики и иметь представление о сфере применения их при анализе объектов профессиональной деятельности; Уметь свободно оперировать основными понятиями дисциплины, формулировать задачи

анализа динамических процессов различной природы, давать интерпретацию полученных при анализе характеристик объектов;
Владеть основными методами локального и глобального анализа динамических процессов и уметь применять его на практике.

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 час.

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)		
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС				
1	Индекс кривой и особой точки	5	1-2	4	2		4	3 / 50%			
2	Нормальные формы	5	3-4	4	2	6	4	6 / 50%			
3	Многообразия	5	5-6	4	2		4	3 / 50%	Рейтинг-контроль 1		
4	Тонкие топологии	5	7-8	2			2	1 / 50%			
5	Теоремы трансверсальности	5	9-10	4			4	2 / 50%			
6	Особенности. Понятие классификации.	5	11-12	4	2	6	4	6 / 50%			
7	Структурная устойчивость векторных полей и отображений	5	13	6	2		6	4 / 50%	Рейтинг-контроль 2		
8	Семейства функций (векторных полей). Версальные деформации.	5	14	2	4		2	3 / 50%			
9	Простейшие бифуркации. Мягкая и жесткая потеря устойчивости.	5	15-16	2	4	4	2	5 / 50%			
10	Хаотическая динамика. Теорема Такенса	5	17-18	4		2	4	3 / 50%	Рейтинг-контроль 3		
Всего за 5 семестр:						36	18	18	36	36 / 50%	Экзамен
Наличие в дисциплине КР/КР											КР
Итого по дисциплине						36	18	18	36	36 / 50%	Экзамен (36), КР

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Раздел 1. Понятие индекса. Индекс замкнутой кривой в векторном поле, его непрерывность. Индекс изолированной особой точки, теорема об индексе и следствия из неё: теорема о причисывании «ежа», основная теорема алгебры и другие. Примеры.

Раздел 2. Нормальные формы. Понятие ростка объекта, эквивалентности ростков, нормальной формы. Нормальные формы ростков векторных полей и отображений. Теорема сведения Шюпитайшвилли. Примеры.

Раздел 3. Введение в теорию особенностей. Понятие карты, атласа, дифференциальной структуры, многообразия. Тонкие топологии. Понятие типичности как инструмента исследования, особенности, классификации. Понятие структурной устойчивости динамических систем и отображений. Примеры.

Раздел 4. Семейства и бифуркации. Понятие семейства, эквивалентности семейств и бифуркации. Бифуркация Андронова-Хопфа, мягкая и жесткая потери устойчивости. Примеры.

Раздел 5. Хаотическая динамика. Понятие хаотической динамики. Аттрактор и размерность его вложения. Теорема Такенса и реконструкция динамической системы. Примеры применения динамического хаоса.

Содержание практических занятий по дисциплине

Раздел 1. Понятие индекса. Индекс замкнутой кривой в векторном поле, его непрерывность. Индекс изолированной особой точки, теорема об индексе и следствия из неё: теорема о причисывании «ежа», основная теорема алгебры и другие. Решение задач.

Раздел 2. Нормальные формы. Понятие ростка объекта, эквивалентности ростков, нормальной формы. Нормальные формы ростков векторных полей и отображений. Теорема сведения Шюпитайшвилли. Решение задач.

Раздел 3. Введение в теорию особенностей. Понятие карты, атласа, дифференциальной структуры, многообразия. Тонкие топологии. Понятие типичности как инструмента исследования, особенности, классификации. Понятие структурной устойчивости динамических систем и отображений. Решение задач.

Раздел 4. Семейства и бифуркации. Понятие семейства, эквивалентности семейств и бифуркации. Бифуркация Андронова-Хопфа, мягкая и жесткая потери устойчивости. Решение задач.

Раздел 5. Хаотическая динамика. Понятие хаотической динамики. Аттрактор и размерность его вложения. Теорема Такенса и реконструкция динамической системы. Примеры применения динамического хаоса.

Решение задач.

Содержание лабораторных занятий по дисциплине

Работа 1. В модели Штоммеля океанической циркуляции при заданных параметрах и функции переноса найти особую точку векторного поля, собственные числа и собственные векторы линеаризации поля в этой точке, определить тип особой точки.

Работа 2. В модели Штоммеля океанической циркуляции при заданных параметрах и функции переноса предложить асимптотику изменения величин из лабораторной работы 1 при стремлении к нулю ширины полосы роста функции перехода и найти параметры предложенных асимптотик.

Работа 3. В модели Штоммеля океанической циркуляции при заданных параметрах и функции переноса найти цикл векторного поля, аппроксимировать отображение последования для этого цикла и вычислить производную этого отображения в точке цикла. Предложить асимптотику изменения этих параметров при стремлении к нулю ширины полосы роста функции перехода.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Теория функций комплексного переменного» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- интерактивные лекции (по всем темам);
- групповые дискуссии (по всем темам).

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущий контроль успеваемости

Рейтинг-контроль 1 «Инварианты векторных полей»

Типовая контрольная работа к рейтинг-контролю №1

1. Индекс кривой в векторном поле. Примеры.

2. Найти особые точки векторного поля $(x^2 + 2y^2 - 9, y - 2x^2)$ на плоскости и определить их тип.

3. Вблизи своей неподвижной точки - начала координат - гладкое отображение имеет вид $(x, y) \mapsto (2x + 2003xy + o(x^2 + y^2), x + 16y + y^2 + x^2 + o(x^2 + y^2))$. Какова формальная нормальная форма отображения вблизи этой точки?

4. Вблизи нуля гладкое векторное поле имеет вид $(2x + 2009xy + o(x^2 + y^2), x - 2008y + y^2 + x^2 + o(x^2 + y^2))$. Какова формальная нормальная форма этого поля вблизи этой точки?

Рейтинг-контроль 2 «Типичность и трансверсальность»

Типовая контрольная работа к рейтинг-контролю №2

1. Понятие k -струи. Пространство k -струй.
2. Вычислить 2-струю отображения $(x, y) \mapsto (\arctg(2x - y), e^{x+2y} - 1)$ в нуле.
3. Трансверсальны ли отображения вещественной прямой на плоскость $t \mapsto (x = t^3, y = t^2)$ и $t \mapsto (x = t^2, y = t)$?
4. Может ли пересечение образов двух трансверсальных отображений быть отрезком?

Рейтинг-контроль 3 «Версальность и бифуркации»

Типовая контрольная работа к рейтинг-контролю №3

1. Понятие бифуркации. Примеры бифуркаций.
2. Для семейства векторных полей на плоскости $(x^2 + \varepsilon x + \varepsilon, y)$ укажите возможные бифуркационные значения параметра ε .
3. Для отображения вещественных прямых $x \mapsto x^3$ предложите миниверсальную деформацию и обоснуйте её.
4. Автономное гладкое векторное поле на плоскости имеет лишь гиперболические особые точки. Может ли его цикл или цикл достаточно C^1 -близкого векторного поля охватывать ровно две особые точки?

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

Вопросы к экзамену

1. Действие диффеоморфизма на векторное поле. Теорема о выпрямлении поля вблизи неособой точки.
2. Резонансы и резонансные мономы. Формальные нормальные формы векторных полей.
3. Резонансы и резонансные мономы. Формальные нормальные формы диффеоморфизмов.
4. Индекс кривой в векторном поле. Индекс изолированной особой точки. Сохранение индекса при непрерывных деформациях.
5. Теорема об индексе. Следствия из теоремы об индексе.
6. Уравнения с периодической правой частью. Отображение за период. Периодические решения и их устойчивость.
7. Отображение Пуанкаре и устойчивость циклов автономных векторных полей.
8. Многообразия. Понятие карты, атласа, согласованности карт и атласов. Дифференциальной структуры. Примеры многообразий.
9. Расслоения. Касательное расслоение. Риманова метрика.
10. Обыкновенное дифференциальное уравнение на многообразии.
11. Ростки и струи. Расслоения струй. Теорема об эквивалентности струй отрезкам рядов Тейлора.
12. Слабые и сильные (тонкие) топологии. Типичность.
13. Понятие трансверсальности. Теоремы трансверсальности. и следствия из них.
14. Следствия из теорем трансверсальности. Типичность невырожденных и гиперболических особых точек векторных полей.
15. Локальная алгебра отображения. Подготовительная теорема и следствия из нее.
16. Понятие особенности. Классификация простых особенностей функций.
17. Структурная устойчивость векторных полей. Структурно устойчивые поля на двумерной сфере.
18. Теорема Пуанкаре-Бендиксона.
19. Структурная устойчивость отображений. Примеры.
20. Семейства векторных полей (отображений). Эквивалентность семейств. Версальные деформации.
22. Простейшие бифуркации. Мягкая и жесткая потеря устойчивости.
23. Понятие странного аттрактора и его размерности. Теорема Такенса. Пространство вложения динамической системы.

Самостоятельная работа студентов Темы курсовых работ

1. Разобрать действие диффеоморфизма на векторное поле. Построить примеры такого действия и примеры выпрямления поля.
2. Изучить понятие резонанса для особой точки векторного поля. Построить примеры резонансного и нерезонансного случаев. Предложить соответствующие формальные нормальные формы полей вблизи особых точек.
3. Изучить понятие резонанса для неподвижной точки отображения. Построить примеры резонансного и нерезонансного случаев. Предложить соответствующие формальные нормальные формы отображения вблизи особых точек.
4. Разобрать понятие индекса кривой в векторном поле. Построить примеры.
5. Разобрать теорему об индексе и следствия из неё. Предложить примеры использования.
6. Построить примеры уравнений с периодической правой частью, отображения за период для него. Разобрать понятие периодического решения и его устойчивости.
7. Построить примеры отображение Пуанкаре для циклов автономных векторных полей. Разобрать понятие устойчивости цикла.
8. Изучить понятия карты, атласа, согласованности карт и атласов, дифференциальной структуры, многообразия. Привести примеры многообразий с атласом из одной карты, двух, $n \in \mathbb{N}$ карт.
9. Разобрать понятие расслоения, касательного расслоения, римановой метрики. Построить примеры.
10. Разобрать понятие обыкновенного дифференциального уравнения на многообразии, его решения, задачи Коши.
11. Изучить понятие ростков и струй. Расслоения струй. Теорема об эквивалентности струй отрезкам рядов Тейлора.
12. Разобрать понятие топологии и типичности. Построить примеры.
13. Изучить понятие трансверсальности, разобрать теорему трансверсальности и следствия из них. Построить примеры.
14. Изучить понятие локальной алгебры отображения, разобрать подготовительную теорему и следствия из нее. Построить примеры.
16. Изучить понятие особенности. Привести примеры.
17. Разобрать понятие структурной устойчивости векторных полей. Привести примеры структурно устойчивых полей и не являющихся таковыми.
20. Изучить понятие семейства объектов, эквивалентности семейств, версальных и миниверсальных деформаций. Построить примеры.
22. Разобрать понятие бифуркации. Построить примеры.
23. Изучить понятие странного аттрактора и его размерности. Привести примеры эффективного применения понятия размерности. Разобрать теорему Такенса.

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Количество экземпляров изданий в библиотеке ВлГУ в соответствии с ФГОС ВО	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
1	2	3	4
Основная литература			
Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии [Электронный ресурс] / Кузовлев В.П., Подаева Н.Г. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. ISBN9785922113601	2012		http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113601.html

2. Геометрическое моделирование окружающего мира [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.А. Уткин. - 2-е изд., стер. - М. : ФЛИНТА, 2014. - 219с. - ISBN 978-5-9765-1956-5.	2014		http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976519565.html
Дополнительная литература			
1. Основы геометрической теории нелинейных управляемых систем [Электронный ресурс] / Елкин В.И - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. ISBN9785922115452	2014		http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115452.html
2. Динамические системы и модели в биологии [Электронный ресурс] / Братусь А.С., Новожилов А.С., Платонов А.П. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-1192-8	2009		http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111928.html

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel
2. Maple

Рабочую программу составил к.ф.-м.н., доцент Мастерков Ю. В.



(подпись)

Рецензент (представитель работодателя):

зам. директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А. В.



(подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1a от 26.08.2019 года

Заведующий кафедрой Бурков В. Д.



(подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Протокол № 1a от 26.08.2019 года

Председатель комиссии: заведующий кафедрой Бурков В. Д.



(подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

в рабочую программу дисциплины

КАЧЕСТВЕННАЯ ТЕОРИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

образовательной программы направления подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»,
направленность: «Математические методы в экономике и финансах» (бакалавриат)

Номер изменения	Внесены изменения в части/разделы рабочей программы	Исполнитель ФИО	Основание (номер и дата протокола заседания кафедры)
1			
2			

Зав. кафедрой _____ / В.Д. Бурков