

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ

Проректор  
по образовательной деятельности

А.А.Панфилов

« 14 » июля 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

Направление подготовки: 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Профиль/программа подготовки: «Математические методы в экономике и финансах»

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточной аттестации (экзамен/зачет/зачет с оценкой)
3	3 / 108	36	36		36	Зачет
4	5 / 180	36	18		90	Экзамен (36)
Итого	8 / 288	72	54		126	Зачет, Экзамен (36)

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» – ознакомление с фундаментальными методами исследования динамики объектов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к базовой части учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: математический анализ, линейная алгебра, дифференциальные уравнения, функциональный анализ.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<b>ОПК-1.</b> Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	частичное	<b>Знать</b> основные понятия теории функций комплексного переменного. <b>Уметь</b> применять их для решения прикладных задач. <b>Владеть</b> методами комплексного анализа.
<b>ПК-1.</b> Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	частичное	<b>Знать</b> основные понятия теории функций комплексного переменного. <b>Уметь</b> применять их для решения прикладных задач. <b>Владеть</b> методами комплексного анализа.

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единицы, 288 часов.

№	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС		
1	Основные понятия теории ОДУ. Примеры	3	1	2	2		4	2 / 50%	
2	Интегрируемые типы ОДУ первого порядка	3	2	2	2		2	2 / 50%	
3	Уравнения, допускающие понижение порядка	3	3	2	2		2	2 / 50%	
4	Теорема существования и единственности решения задачи Коши	3	4	2	2		4	2 / 50%	
5	Теория линейных систем ОДУ. Метод вариации постоянных. Формула Лиувилля-Остроградского	3	5-7	6	6		2	6 / 50%	Рейтинг-контроль 1
6	Линейные ОДУ высших порядков. Метод вариации постоянных. Формула Лиувилля-Остроградского	3	8-9	4	4		4	4 / 50%	
7	Пространство квазимногочленов. Метод подбора частного решения. Явление резонанса	3	10-11	4	4		4	4 / 50%	Рейтинг-контроль 2
8	Особые точки векторных полей на плоскости и их эквивалентность	3	12	2	2		6	2 / 50%	
9	Многоточечные и краевые задачи	3	13-14	4	4		2	4 / 50%	
10	Зависимость решений ОДУ от начальных данных. Уравнение в вариациях	3	15	2	2		2	2 / 50%	
11	Зависимость решений ОДУ от параметра. Метод малого параметра	3	16	2	2		2	2 / 50%	
12	Экономические модели, описываемые ОДУ	3	17-18	4	4		2	4 / 50%	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего за 3 семестр:</b>				<b>36</b>	<b>36</b>		<b>36</b>	<b>36 / 50%</b>	<b>Зачет</b>
13	Численные методы решения ОДУ	4	1-2	4			4	2 / 50%	
14	Введение в теорию устойчивости по Ляпунову. Критерии устойчивости	4	3-7	10	6		2	8 / 50%	Рейтинг-контроль 1
15	Устойчивость периодических решений и циклов	4	8-9	4	4		2	4 / 50%	
16	Устойчивость линейных систем	4	10-11	4	2		4	3 / 50%	Рейтинг-контроль 2
17	Уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши	4	12-15	8	6		4	7 / 50%	
18	Теорема о выпрямлении векторного поля и её применения (доказательство фундаментальных теорем теории ОДУ)	4	16-18	6				3 / 50%	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего за 4 семестр:</b>				<b>36</b>	<b>18</b>		<b>90</b>	<b>27 / 50%</b>	<b>Экзамен (36)</b>
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>72</b>	<b>54</b>		<b>126</b>	<b>63 / 50%</b>	<b>Зачет, Экзамен (36)</b>

3 СЕМЕСТР

**Радел 1. Основные понятия теории ОДУ. Примеры.**

Основные определения, примеры. Геометрическая интерпретация. Обобщение задачи.

**Радел 2. Интегрируемые типы ОДУ первого порядка.**

Простейшие дифференциальные уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

**Радел 3. Уравнения, допускающие понижение порядка.**

Уравнения, не содержащие явно искомой функции или независимого переменного. Понижение порядка в однородных уравнениях различных типов.

**Радел 4. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.**

Теорема Коши существования и единственности решения. Теорема Пеано. Особые точки. Интегрирующий множитель. Условие Липшица.

**Радел 5. Теория линейных систем ОДУ. Метод вариации постоянных. Формула Лиувилля-Остроградского.**

Нормальная форма системы ДУ. Системы линейных ДУ. Существование производных по начальным значениям от решений системы. Первые интегралы системы ОДУ. Симметричная форма системы ДУ. Метод вариации постоянных. Формула Лиувилля-Остроградского.

**Радел 6. Линейные ОДУ высших порядков. Метод вариации постоянных. Формула Лиувилля-Остроградского.**

Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Некоторые следствия линейности уравнения. Линейное однородное уравнение. Неоднородное линейное уравнение. Общее решение неоднородного уравнения. Функция Коши. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Общее решение однородного уравнения. Неоднородное уравнение. Формула Лиувилля-Остроградского.

**Радел 7. Пространство квазимногочленов. Метод подбора частного решения. Явление резонанса.**

Линейное пространство функций. Линейное пространство решений линейного уравнения. Метод подбора частного решения (метод неопределенных коэффициентов). Явление резонанса.

**Радел 8. Особые точки векторных полей на плоскости и их эквивалентность.**

Основные определения. Нормальные формы. Матрица Якоби. Собственные значения. Типы особых точек линейных систем: узел, седло, фокус, центр.

**Радел 9. Многоточечные и краевые задачи.**

Краевая задача для линейного дифференциального уравнения второго порядка. Постановка задачи. Формулы Грина. Тожество Лагранжа. Теорема единственности решения неоднородной краевой задачи. Теорема о достаточных условиях единственности решения неоднородной краевой задачи. Функции Грина и ее свойства. Нелинейные краевые задачи. Постановка задачи. Существования решения в случае ограниченной правой части (метод стрельбы).

**Радел 10. Зависимость решений ОДУ от начальных данных. Уравнение в вариациях.**

Непрерывная зависимость решения задачи Коши от исходных данных. Непрерывная зависимость от исходных данных. Теорема сравнения. Уравнение в вариациях.

**Радел 11. Зависимость решений ОДУ от параметра. Метод малого параметра.**

Зависимость решения задачи Коши от параметра. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от параметра. Дифференцируемость решения задачи Коши по параметру. Метод малого параметра.

**Радел 12. Экономические модели, описываемые ОДУ.**

Модель естественного роста производства. Модель рынка с прогнозируемыми ценами. Модель инфляции. Модель взаимодействия двух популяций (модель Лотки-Вольтерра). Модель организации рекламной кампании.

## 4 СЕМЕСТР

### **Раздел 13. Численные методы решения ОДУ.**

Понятие разностной схемы. Разностная схема Эйлера для начальной задачи. Разностная схема для краевой задачи. Сходимость разностной схемы. Аппроксимация разностной схемы. Порядок аппроксимации разностной схемы Эйлера и разностной схемы для краевой задачи. Метод Рунге-Кутты.

### **Раздел 14. Введение в теорию устойчивости по Ляпунову. Критерии устойчивости.**

Постановка задачи. Основные понятия. Устойчивость тривиального решения. Второй метод Ляпунова. Лемма Ляпунова. Исследование на устойчивость по первому приближению (первый метод Ляпунова). Теорема Ляпунова.

### **Раздел 15. Устойчивость периодических решений и циклов.**

Орбитальная устойчивость. Аналитические семейства периодических решений. Бифуркация периодических решений из положения равновесия. Устойчивость периодических решений периодических и автономных систем.

### **Раздел 16. Устойчивость линейных систем.**

Определение устойчивого решения. Метод Ляпунова. Общие теоремы об устойчивости линейных систем. Критерий устойчивости линейной системы. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Фазовая плоскость для нелинейного автономного уравнения 2-го порядка. Постановка задачи. Система первого приближения. Фазовые траектории.

### **Раздел 17. Уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши.**

Первые интегралы нормальной системы. Определение первого интеграла. Производная первого интеграла в силу системы. Геометрический смысл первого интеграла. Независимые первые интегралы. Уравнения в частных производных первого порядка. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Геометрический смысл квазилинейного уравнения в частных производных. Задача Коши для квазилинейного уравнения в частных производных.

### **Раздел 18. Теорема о выпрямлении векторного поля и её применения (доказательство фундаментальных теорем теории ОДУ).**

Выпрямление поля направлений. Теорема о выпрямлении векторного поля. Применения к уравнениям выше первого порядка. Фазовые кривые автономной системы. Производная по направлению векторного поля и первые интегралы. Линейные и квазилинейные уравнения первого порядка с частными производными.

## **Содержание практических занятий по дисциплине**

### **Раздел 1. Основные понятия теории ОДУ. Примеры.**

Общее решение дифференциального уравнения, общий интеграл. Решение задач.

### **Раздел 2. Интегрируемые типы ОДУ первого порядка.**

Постановка основных задач для ОДУ. Дополнительные условия. Задача Коши. Краевая задача. Задача Штурма-Лиувилля. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати. Уравнения в полных дифференциалах. Решение задач.

### **Раздел 3. Уравнения, допускающие понижение порядка.**

Уравнения, не содержащие явно искомой функции или независимого переменного. Понижение порядка в однородных уравнениях различных типов. Решение задач.

### **Раздел 4. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.**

Постановка задачи. Теорема существования и единственности решения задачи Коши, когда правая часть уравнения непрерывна и удовлетворяет условию Липшица в полосе. Примеры. Решение задач.

### **Раздел 5. Теория линейных систем ОДУ. Метод вариации постоянных. Формула Лиувилля-Остроградского.**

Однородная система: Линейная зависимость системы вектор-функций. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений однородной системы. Общее решение однородной системы. Неоднородная система: Метод вариации постоянных, матрица Коши. Метод исключения для

системы линейных дифференциальных уравнений. Структура ФСР для систем линейных ОДУ с постоянными коэффициентами. Формула Грина. Формула Лиувилля-Остроградского. Решение задач.

**Радел 6. Линейные ОДУ высших порядков. Метод вариации постоянных. Формула Лиувилля-Остроградского.**

Линейное однородное уравнение. Неоднородное линейное уравнение. Общее решение неоднородного уравнения. Функция Коши. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Общее решение однородного уравнения. Неоднородное уравнение. Формула Лиувилля-Остроградского. Решение задач.

**Радел 7. Пространство квазимногочленов. Метод подбора частного решения. Явление резонанса.**

Линейное пространство функций. Линейное пространство решений линейного уравнения. Метод подбора частного решения (метод неопределенных коэффициентов). Решение задач.

**Радел 8. Особые точки векторных полей на плоскости и их эквивалентность.**

Типы особых точек линейных систем: узел, седло, фокус, центр. Матрица Якоби. Собственные значения. Решение задач.

**Радел 9. Многоточечные и краевые задачи.**

Краевая задача для линейного дифференциального уравнения второго порядка. Формулы Грина. Тождество Лагранжа. Функции Грина и ее свойства. Нелинейные краевые задачи. Существования решения в случае ограниченной правой части (метод стрельбы). Решение задач.

**Радел 10. Зависимость решений ОДУ от начальных данных. Уравнение в вариациях.**

Непрерывная зависимость решения задачи Коши от исходных данных. Непрерывная зависимость от исходных данных. Теорема сравнения. Уравнение в вариациях. Решение задач.

**Радел 11. Зависимость решений ОДУ от параметра. Метод малого параметра.**

Зависимость решения задачи Коши от параметра. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от параметра. Дифференцируемость решения задачи Коши по параметру. Метод малого параметра. Решение задач.

**Радел 12. Экономические модели, описываемые ОДУ.**

Модель естественного роста производства. Модель рынка с прогнозируемыми ценами. Модель инфляции. Модель взаимодействия двух популяций (модель Лотки-Вольтерра). Модель организации рекламной кампании. Решение задач.

## 4 СЕМЕСТР

**Раздел 13. Численные методы решения ОДУ.**

Разностная схема Эйлера для начальной задачи. Разностная схема для краевой задачи. Сходимость разностной схемы. Аппроксимация разностной схемы. Порядок аппроксимации разностной схемы Эйлера и разностной схемы для краевой задачи. Метод Рунге-Кутты. Решение задач.

**Раздел 14. Введение в теорию устойчивости по Ляпунову. Критерии устойчивости.**

Устойчивость тривиального решения. Второй метод Ляпунова. Исследование на устойчивость по первому приближению (первый метод Ляпунова). Решение задач.

**Раздел 15. Устойчивость периодических решений и циклов.**

Орбитальная устойчивость. Аналитические семейства периодических решений. Бифуркация периодических решений из положения равновесия. Устойчивость периодических решений периодических и автономных систем. Решение задач.

**Раздел 16. Устойчивость линейных систем.**

Метод Ляпунова. Общие теоремы об устойчивости линейных систем. Фазовая плоскость для нелинейного автономного уравнения 2-го порядка. Система первого приближения. Фазовые траектории. Решение задач.

**Раздел 17. Уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши.**

Первые интегралы нормальной системы. Производная первого интеграла в силу системы. Независимые первые интегралы. Уравнения в частных производных первого порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Задача Коши для квазилинейного уравнения в частных производных. Решение задач.

## Раздел 18. Теорема о выпрямлении векторного поля и её применения (доказательство фундаментальных теорем теории ОДУ).

Фазовые кривые автономной системы. Производная по направлению векторного поля и первые интегралы. Линейные и квазилинейные уравнения первого порядка с частными производными. Решение задач.

### 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Дифференциальные уравнения» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- интерактивная лекция (по всем темам);
- групповая дискуссия (по всем темам).

### 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

#### 3 СЕМЕСТР

##### Текущий контроль успеваемости Рейтинг-контроль №1

«Элементарные методы интегрирования уравнений первого порядка и уравнений, допускающих понижение порядка».

1. Решить уравнение  $xy' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x$ .
2. Решить задачу Коши  $2(x + y^4)dy = ydx$ ,  $y(0) = 1$ .
3. Решить уравнение  $y' = xy - xy^3$ .
4. Найти частный интеграл уравнения  $(2x + \frac{y}{x})dx + (\ln x - y^3)dy = 0$ , удовлетворяющий условию  $y(1) = 1$ .

##### Рейтинг-контроль №2

«Интегрирование линейных уравнений и систем высших порядков».

1. Найти общее решение, используя метод подбора:  $y'' - 2y' - 3y = -4e^x + 3$ .
2. Найти общее решение методом вариации:  $y'' + y = -\frac{1}{\sin 2x \sqrt{\sin 2x}}$ .
3. Решить задачу Коши:  $y' = -2y + z - e^{2x}$ ,  $z' = -3y + 2z + 6e^{2x}$ ,  $y(0) = z(0) = 1$ .
4. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение (возможно более низкого порядка) с постоянными коэффициентами, для которого функция  $y_1 = xe^x \cos 2x$  – частное решение.

##### Рейтинг-контроль №3

«Зависимость решений ОДУ от начальных данных и параметров».

1. При  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1 + \mu$ , найти  $\frac{\partial y}{\partial \mu}$  при  $\mu = 0$ , если  $y'' - 3y + \sin \mu y = \mu x$ .
2. При  $y(2) = y_0$  найти  $\frac{\partial y}{\partial y_0}$  при  $y_0 = 0$ , если  $y' - y = 2y^2 + 4xy^3$ .
3. При  $x(0) = y(0) = 0$  найти  $\frac{\partial y}{\partial \mu}$  при  $\mu = 0$ , если  $\begin{cases} \dot{x} = 1 + 10\mu y \\ \dot{y} = 2tx^2 \end{cases}$
4. Решить краевую задачу  $y'' = 4y + 2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y(x)$  ограничено при  $x \rightarrow +\infty$ .

#### Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (зачет)

##### Вопросы к зачету

1. Метод изоклин. Уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными и однородные. Пример неединственности решения задачи Коши.
2. Интегрирование линейных уравнений 1-го порядка и уравнений Бернулли.
3. Односвязные области. Уравнения в полных дифференциалах.

4. Неполные уравнения. Методы понижения порядка.
5. Условие Липшица. Связь липшицевости и дифференцируемости.
6. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности её решения.
7. Система линейных уравнений первого порядка. Пространство решений линейной однородной системы. Фундаментальная система решений.
8. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского для решений однородной системы линейных уравнений первого порядка.
9. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородной системы линейных уравнений первого порядка.
10. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Сведение к системе уравнений первого порядка. Задача Коши, теорема существования и единственности её решения.
11. Пространство решений линейного однородного уравнения порядка  $n$ . Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского.
12. Метод вариации произвольных постоянных для линейного неоднородного уравнения высшего порядка.
13. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения с постоянными вещественными коэффициентами.
14. Пространство квазимногочленов. Метод подбора частного решения.
15. Классификация линейных векторных полей на плоскости. Бифуркационная диаграмма.
16. Краевая задача. Теорема об альтернативе.
17. Действие диффеоморфизма на векторное поле. Теорема о выпрямлении векторного поля.
18. Дифференцируемая зависимость решения задачи Коши от начальных данных. Вычисление производной решения задачи Коши по начальным данным. Уравнение в вариациях.
19. Дифференцируемая зависимость решения задачи Коши от параметров. Вычисление производной решения задачи Коши по параметру. Метод малого параметра.

### **Самостоятельная работа студентов**

#### **Задания к типовому расчету**

1. Проинтегрировать уравнения 1-го порядка (с разделяющимися переменными, однородное, линейное, Бернулли, в полных дифференциалах).
2. Построить общее решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами методом вариации постоянных.
3. Построить общее решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью методом подбора.
4. Решить систему линейных уравнений.
5. Решить линейную краевую задачу.
6. Найти производную решения задачи Коши по параметру; по начальному данному.

## **4 СЕМЕСТР**

### **Текущий контроль успеваемости**

#### **Рейтинг-контроль №1**

#### **«Основы математической теории устойчивости».**

1. Пользуясь определением устойчивости по Ляпунову, выяснить устойчивость решения задачи Коши  $4xt + (2t + 1)x' = 0, x(0) = 1$ .
2. По теореме об устойчивости по 1-му приближению исследовать устойчивость нулевого решения системы  $\dot{x} = y \operatorname{tg} x - y, \dot{y} = -2 \ln(1 + x + y^2) - 3y$ .
3. При каких значениях параметров  $a$  и  $b$  асимптотически устойчиво нулевое решение системы  $\dot{x} = x - 2 \sin ay + x^3, \dot{y} = -2e^{bx} - 3y + 2$ .
4. Пользуясь известными условиями гурвицевости полинома, исследовать асимптотическую устойчивость нулевого решения уравнения  $y^5 + y^4 + 6y''' + 4y'' + 8y' + 3y = 0$ .
5. Начертить на плоскости  $Oxy$  эскиз траекторий системы вблизи точки  $(0,0)$  и с помощью функции Ляпунова либо Четаева исследовать устойчивость нулевого решения системы  $\dot{x} = \sin x, \dot{y} = x + y^3$ .



## Рейтинг-контроль №2

### «Элементы качественного анализа динамических систем».

1. Для заданного линейного векторного поля изобразить фазовый портрет вблизи особой точки  $(0;0)$ . Определить тип особой точки.
2. Определить тип особой точки заданного нелинейного векторного поля.

## Рейтинг-контроль №3

### «Уравнения с частными производными первого порядка».

1. Методом характеристик построить общее решение линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка.
2. Методом характеристик построить интегральную поверхность линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка, проходящую через данное начальное многообразие.

Для выдачи конкретных заданий используются материалы сборника: Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс]/ В.К. Романко [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012.— 222 с.

## Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

### Вопросы к экзамену

1. Понятие (асимптотической) устойчивости по Ляпунову. Редукция к анализу устойчивости нулевого решения.
2. Теорема об устойчивости положения равновесия однородной автономной системы по первому приближению.
3. Знакопостоянные и положительно (отрицательно) определённые функции. Производная вдоль векторного поля. Первая теорема Ляпунова.
4. Функции с бесконечно малым высшим пределом. Вторая теорема Ляпунова.
5. Теорема Четаева.
6. Устойчивые многочлены. Теорема Стодолы. Сохранение гурвицевости при замене  $z$  на  $1/z$ .
7. Матрица Гурвица. Критерий Рауса-Гурвица. Примеры.
8. Годограф Михайлова. Критерий Эрмита-Михайлова. Примеры.
9. Уравнения с периодической правой частью. Отображение за период. Устойчивость периодических решений.
10. Отображение последования (Пуанкаре). Лестница Ламерея. Анализ устойчивости периодических решений (циклов) автономных векторных полей.
11. Модель Мальтуса. Радиоактивный распад. Логистическая модель.
12. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка (характеристики, теорема об общем решении, локальная теорема существования и единственности решения задачи Коши).
13. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка (характеристики, построение общего решения).
14. Существование и единственность решения задачи Коши для квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка. Метод построения решения задачи Коши.
15. Нелинейные уравнения в частных производных первого порядка.

Типы экзаменационных задач совпадают с типами задач для рейтинг-контролей (см. выше).

## Самостоятельная работа студентов

### Задания к типовому расчету

1. Пользуясь определением устойчивости по Ляпунову, выяснить устойчивость решения задачи Коши.
2. По теореме об устойчивости по 1-му приближению исследовать устойчивость нулевого решения системы.
3. Пользуясь известными условиями гурвицевости полинома, исследовать асимптотическую устойчивость нулевого решения уравнения.

4. Начертить на плоскости  $Oxy$  эскиз траекторий системы вблизи точки  $(0,0)$  и с помощью функции Ляпунова либо Четаева исследовать устойчивость нулевого решения системы.
5. Для заданного линейного векторного поля изобразить фазовый портрет вблизи особой точки  $(0;0)$ . Определить тип особой точки.
3. Определить тип особой точки заданного нелинейного векторного поля.
4. Методом характеристик построить общее решение линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка.
5. Методом характеристик построить интегральную поверхность линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка, проходящую через данное начальное многообразие.

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 7.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Количество экземпляров изданий в библиотеке ВлГУ в соответствии с ФГОС ВО	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
1	2	3	4
<b>Основная литература</b>			
1. Дифференциальные уравнения. Практикум [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.А. Альсевич [и др.]. - Минск: Выш. шк., 2012. – 382 с.	2012		<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789850621115.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789850621115.html</a>
2. Романко, В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] / В. К. Романко. - 3-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. - 344 с.: ил. - (Технический университет). - ISBN 978-5-9963-0782-1.	2013		<a href="http://znanium.com/catalog/product/475650">http://znanium.com/catalog/product/475650</a>
3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] / В. К. Романко [и др.] ; под ред. В. К. Романко. - 3-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. - 219 с.: ил. - 70x100/16. - ISBN 978-5-9963-0783-8.	2012		<a href="http://znanium.com/catalog/product/365617">http://znanium.com/catalog/product/365617</a>
<b>Дополнительная литература</b>			
1. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / И.Г. Петровский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 206 с. ISBN 978-5-9221-1144-7	2009		<a href="http://znanium.com/catalog/product/544800">http://znanium.com/catalog/product/544800</a>
2. Минюк, С.А. Дифференциальные уравнения и экономические модели [Электронный ресурс] : учеб. пособие / С.А. Минюк, Н.С. Берёзкина. - Минск: Выш. шк., 2007. - 141 с.: ил. - ISBN 978-985-06-1355-4.	2007		<a href="http://znanium.com/catalog/product/505172">http://znanium.com/catalog/product/505172</a>
3. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. - М.: Логос, 2010. - 384 с.: ил. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-465-0.	2010		<a href="http://znanium.com/catalog/product/469288">http://znanium.com/catalog/product/469288</a>

## **7.2. Периодические издания**

1. Журнал «Успехи математических наук» РАН.
2. Журнал «Автоматика и телемеханика» РАН.

## **7.3. Интернет-ресурсы**

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/> (Мир математических уравнений)
2. <http://www.mathnet.ru/> (общероссийский математический портал).

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения занятий по дисциплине имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3 либо 528-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Maple,
2. MATLAB

Рабочую программу составил доц. каф. ФАиП Бурков В.Д.



(подпись)

Рецензент (представитель работодателя):  
зам. директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В.



(подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП  
Протокол № 1а от 26.08.2019 года  
Заведующий кафедрой Бурков В.Д.



(подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления  
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»  
Протокол № 1а от 26.08.2019 года  
Председатель комиссии: заведующий кафедрой Бурков В.Д.



(подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

в рабочей программе дисциплины

«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

образовательной программы направления подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»,  
направленность: «Математические методы в экономике и финансах» (бакалавриат)

Номер изменения	Внесены изменения в части/разделы рабочей программы	Исполнитель ФИО	Основание (номер и дата протокола заседания кафедры)
1			
2			

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_  
(Подпись) (ФИО)