

2015

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего профессионального образования**  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**



«УТВЕРЖДАЮ»  
 Проректор  
 по учебно-методической работе  
 А.А. Панфилов  
 « 29 » \_\_\_\_\_ 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ»**

**Направление подготовки – 02.03.01 Математика и компьютерные науки**  
**Профиль подготовки «Математические методы в экономике и финансах»**  
**Уровень высшего образования - бакалавриат**  
**Форма обучения – очная**

Семестр	Трудоем- кость зач. ед, час.	Лек- ций, час.	Практич занятий, час.	Лаборат. работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
7	6/216	36	36	18	90	Экзамен – 36 ч., КР
Итого	6/216	36	36	18	90	Экзамен – 36 ч., КР

Владимир, 2015

## **1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целями освоения дисциплины «Математические методы и модели исследования операций» являются: ознакомление с основными методами исследования сложных экономико-математических систем, построения математических моделей для них и изучение методов решения реальных экономико-математических и прикладных задач.

При освоении дисциплины решаются следующие задачи:

1. Ознакомление с аппаратом математического программирования, применяемым при экономико-математическом моделировании.
2. Формирование теоретических знаний и практических навыков для решения разнообразных экономико-математических и прикладных задач, а также при математическом моделировании.
3. Подготовка в области построения и использования различных экономико-математических моделей, ознакомление с методами и приемами самостоятельных исследований.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

Дисциплина «Математические методы и модели исследования операций» относится к вариативной части подготовки бакалавров по направлению «Математика и компьютерные науки». Её изучение позволяет учащимся приобрести фундаментальные знания в области анализа сложных систем и построения математических моделей для них, а также дает практические навыки решения экономико-математических и прикладных задач.

Для освоения данной дисциплины обучающимся необходимо иметь теоретические знания и практические навыки по дисциплинам «Линейная алгебра», «Математический анализ» и «Программирование», в частности иметь навыки работы с пакетом математических программ.

В результате освоения дисциплины «Математические методы и модели исследования операций» обучающиеся будут иметь необходимую базу для изучения дисциплин «Методы оптимизации», «Теория оптимального управления», «Экономико-математическое моделирование» и для научно-исследовательской деятельности.

## **3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими общепрофессиональными компетенциями (ОПК):

- способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем (ОПК-4).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК):

-- способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач (ПК-5);

-- способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления (ПК-6);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:** основные методы и приемы исследования операций, применяемые в линейном программировании, динамическом программировании и при оптимизации на графах.

**Уметь:** применять теоретические знания и программно реализовывать их при исследовании сложных экономико-математических систем, построения математических моделей для них и решении реальных экономико-математических и прикладных задач в терминах предметной области.

**Владеть:** основными приемами численного и программного решения экстремальных задач математического программирования и оптимизации на графах.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС	КП / КР		
I.	<b>Линейное программирование</b>									
1.	Построение математической модели основных экономических задач	7	1	2	2		2		2/50%	
2.	Классификация и переход от одного вида задачи к другому	7	2	2	2	2	4		3/50%	
3.	Графический метод решения задач на плоскости и в пространстве	7	3	2	2		4		2/50%	
4.	Геометрический метод решения в многомерном пространстве	7	4	2	2	2	4		3/50%	
5.	Симплекс-метод	7	5	2	2		6		2/50%	
6.	Целочисленное программирование. Метод Гомори	7	6	2	2	2	4		3/50%	РК1
7.	Двойственность и экономическая интерпретация	7	7	2	2		6			
II.	<b>Транспортная задача</b>									
8.	Постановка транспортной задачи	7	8	2	2	2	4		3/50%	
9.	Методы поиска начального опорного плана	7	9	2	2		6		2/50%	
10.	Метод потенциалов	7	10	2	2	2	10		3/50%	
III	<b>Динамическое программирование</b>									
11.	Постановка и типы задач	7		2	2		2		2/50%	
12.	Принцип оптимальности Беллмана	7	12	2	2	2	4		3/50%	РК2
13.	Оптимальное поэтапное распределение средств между предприятиями	7	13	2	2		4		2/50%	
14.	Оптимальный план замены оборудования	7	14	2	2	2	4		3/50%	
15.	Календарное планирование трудовых ресурсов	7	15	2	2		6		2/50%	
IV	<b>Оптимизация на графах</b>									
16.	Основные понятия теории графов	7	16	2	2	2	4		3/50%	
17.	Построение кратчайшего пути в графе, выделение минимального подграфа	7	17	2	2		8		2/50%	
18.	Построение критического пути в графе и орграфе	7	18	2	2	2	8		3/50%	РК3
	<b>Всего:</b>			36	36	18	90	КР	45/50%	Экзамен (36)

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

1. Обучение в малых группах;
2. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов);
3. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
4. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости и контроля знаний).

В рамках дисциплины предусмотрено около 50% аудиторных занятий, проводимых в активной и интерактивной формах.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: лабораторных работ, рейтинг – контролей, курсовой работы и промежуточной аттестации в форме экзамена.

### **Текущий контроль в форме рейтинг - контроля.**

#### **Рейтинг-контроль 1 «Линейное программирование»**

##### **Контрольная работа к рейтинг-контролю №1**

###### **Типы задач**

1. Графическое решение задачи линейного программирования на плоскости.
2. Графическое решение задачи линейного программирования в пространстве.
3. Симплекс-метод.
4. Графическое решение целочисленной задачи линейного программирования.

#### **Рейтинг-контроль 2 «Транспортная задача и динамическое программирование»**

##### **Контрольная работа к рейтинг-контролю №2**

###### **Типы задач.**

1. Транспортная задача. Закрытый случай.
2. Транспортная задача. Открытый случай.
3. Решение задачи динамического программирования

#### **Рейтинг-контроль 3.«Задачи оптимизации на графах».**

##### **Контрольная работа к рейтинг-контролю №3**

###### **Типы задач**

1. Построение кратчайшего пути в графе по алгоритму Дейкстры.
2. Выделение связного подграфа минимальной длины.
3. Построение критического пути в орграфе.

## Темы лабораторных работ.

1. Метод Гаусса-Жордана и его применение при решении задачи линейного программирования в канонической форме сведением к задаче стандартного вида относительно меньшего числа переменных, решаемой графически.
2. Решение задач линейного программирования в канонической форме и стандартного вида в системе Excel с помощью надстройки «Поиск решений».
3. Решение целочисленных задач линейного программирования в системе Excel.
4. Анализ устойчивости решения задач линейного программирования в системе Excel
5. Решение транспортных задач в системе Excel с помощью надстройки «Поиск решений».
6. Решение задач динамического программирования методом построения таблиц.
7. Табличный способ решения типовых экономических задач на основе принципа оптимальности Беллмана.
8. Оптимизация на графах по алгоритму Дейкстры.
9. Построение критического пути в графе и орграфе.

## Самостоятельная работа студентов проводится по следующим заданиям и темам.

1. Решить задачу линейного программирования графически на плоскости.
2. Решить задачу линейного программирования графически в пространстве.
3. Задачу линейного программирования в канонической форме с большим числом переменных свести к задаче стандартного вида с меньшим числом переменных и решить графически.
4. Задачу линейного программирования стандартного вида свести к задаче в канонической форме.
5. Классическую задачу распределения ресурсов решить симплекс-методом.
6. Метод искусственного базиса как метод поиска начального опорного плана.
7. Решить смешанную задачу линейного программирования М-методом.
8. Понятие о двойственном симплекс-методе.
9. Графическое решение целочисленной задачи линейного программирования.
10. Метод Гомори решения целочисленной задачи линейного программирования.
11. Первая и вторая теоремы двойственности.
12. Составление двойственной задачи к смешанной задаче линейного программирования.
13. Решение двойственной задачи с использованием теорем двойственности.
14. Методы поиска начального опорного плана транспортной задачи – метод северо-западного угла и метод минимальной стоимости.
15. Решение транспортной задачи по методу потенциалов.
16. Различные способы решения открытой транспортной задачи.
17. Особые случаи при анализе вырожденных опорных планов.
18. Оптимальное единовременное распределение средств между предприятиями.
19. Оптимальное поэтапное распределение средств между предприятиями в течение планового периода.
20. Задача об оптимальном плане замены оборудования.
21. Календарное планирование трудовых ресурсов.
22. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Дейкстры.
23. Задача о кратчайшем пути в орграфе по алгоритму Дейкстры.
24. Задача о критическом пути в графе.
25. Задача о графе минимальной длины.
26. Максимальный поток в графе.

## Задания для курсовой работы.

Задание 1. Для удаленного поселка методом панельного строительства требуется построить несколько многоквартирных, двухквартирных или трехквартирных домов. По проекту для строительства многоквартирного дома требуется 8 блок-комнат, 12 панелей и 15 балок перекрытий, для строительства двухквартирного дома требуется 12 блок-комнат, 15 панелей и 20 балок перекрытий, а для строительства трехквартирного дома требуется 20 блок-комнат, 25 панелей и 30 балок перекрытий. Осуществить строительство вышло СО, сумевшее доставить следующие ресурсы:  $X$  блок-комнат,  $Y$  панелей и  $Z$  балок перекрытий. Составить план строительства, при котором получается максимальное число квартир.

Составить математическую модель данной задачи, допуская незавершенное строительство (то есть без условия целочисленности).

а. Решить задачу графически в трехмерном пространстве.

б. Решить задачу симплекс-методом.

в. Сформулировать двойственную задачу к данной и решить ее двумя способами: графически и через решение исходной задачи по теории двойственности.

г. Решить исходную задачу на ЭВМ в системе Excel с помощью программы "Поиск решений". Прокомментировать анализ устойчивости задачи.

Составить математическую модель соответствующей целочисленной задачи.

а. Решить задачу графически.

б. Решить задачу методом Гомори (симплекс-метод для целочисленных задач).

в. Решить задачу на ЭВМ в системе Excel (надстройка "Поиск решений").

Задание 2. Решить транспортную задачу с заданной матрицей стоимостей перевозок, запасами и потребностями: двумя способами: методом потенциалов и на ЭВМ в системе Excel (надстройка "Поиск решений"). Отметить, будет ли найденное оптимальное решение единственным.

Задание 3. Оптимальное поэтапное распределение средств между предприятиями в течении планового периода.

Руководство фирмы, имеющей договор о сотрудничестве с тремя малыми предприятиями, на плановый годовой период выделила для них оборотные средства в объеме  $s_0=100000$  усл. ед. Для каждого из трех предприятий известны функции поквартального дохода  $f_i(x)$  и поквартального остатка оборотных средств  $g_i(x)$  в зависимости от выделенной на квартал суммы  $x$ . В начале квартала с номером  $i$  средства распределяются полностью  $s_{i-1} = x_1 + x_2 + x_3$ , а по окончании квартала остатки средств аккумулируются у руководства фирмы  $s_i = g_1(x_1) + g_2(x_2) + g_2(x_2)$  и снова распределяются полностью между предприятиями. Составить план поквартального распределения средств на год (4 квартала), позволяющий достичь максимальный общий доход.

Задание 4. Оптимальное единовременное распределение средств между предприятиями.

Руководство холдинга, в состав которого входят 4 предприятия, выделило средства в объеме  $s_0=300$  усл. ед. для развития этих предприятий. Известны (указаны в таблице задания) функции  $f_i(x)$  дохода  $i$ -го предприятия в зависимости от величины  $x$  вложенных средств, вычисленные в точках кратных 50 у.е. ( $f_i(0)=0$ ). Между указанными точками функция дохода линейна. Предусмотрено отдельному предприятию не выделять более 200 у.е. Найти распределение средств между предприятиями, дающее максимальный общий доход.

Задание 5. Задача об оптимальном плане замены оборудования.

На пятилетний срок функционирования фирмой приобретено и установлено новое оборудование, которое после каждого года эксплуатации терпит износ, уменьшающий

приносимый доход и увеличивающий затраты на его обслуживание. Вопрос о замене оборудования или его сохранении решается после окончания годового этапа. Стоимость замены оборудования  $p=50$  у.е. Приведены функции дохода  $x(t)$  у.е. и производственных затрат  $z(t)$  у.е., зависящие от времени  $t$  (в годах) эксплуатации оборудования. По истечении пяти лет оборудование реализуется (продается при  $c>0$  или разбирается с затратами при  $c<0$ ) по ликвидной стоимости  $c=40-z(t)$ , где  $t$  -- время его эксплуатации.

Задание 6. Календарное планирование трудовых ресурсов.

Предпринимателю требуется составить оптимальный по затратам план прием и увольнения работников нужной квалификации на период в 5 месяцев. У него имеется производственный план, где указано число требуемых работников  $a_i$  на каждый  $i$ -й месяц. Число  $x_i$  (на данный месяц) запланированных работников не должно быть меньше числа требуемых  $a_i$ , что гарантирует выполнение заказа. Предприниматель в данный месяц несет расходы  $v_i$  в случае избытка рабочей силы. Известны также затраты  $w_i$  на прием или увольнение рабочей силы, которые несет предприниматель перед  $i$ -ым месяцем. Полагаем, что перед первым месяцем число работников равно  $a_0$ .

Задание 7. Построение кратчайшего маршрута в графе.

Дан нагруженный граф с десятью вершинами, который задан перечислением всех ребер с указанием веса

А. Записать матрицу весов данного нагруженного графа.

В. Нарисовать данный граф в виде диаграммы.

С. По алгоритму Дейкстры найти кратчайшие маршруты из вершины  $x_1$ , выбранной в качестве начала маршрута, во все остальные вершины графа.

Задание 8. Выделение связного графа минимальной длины.

Условием задачи служит нагруженный граф предыдущего задания. При выполнении работы нужно повторить диаграмму этого графа.

Требуется удалением ребер построить новый связный нагруженный граф, содержащий все 10 вершин данного графа и имеющий наименьшую суммарную длину (сумму весов).

Задание 9. Построение критического пути в орграфе.

Задан нагруженный орграф с тринадцатью узлами, который можно представить в виде сети (направленный орграф, имеющий один исток и один сток), перечислением всех его дуг от узла  $x_i$  к узлу  $x_j$  с указанием их веса  $c_{\{i,j\}}$ .

Найти минимальное время  $t_{\{кр\}}$ , достаточное для того, чтобы поток поданный в исток сети прошел все дуги сети (если вес дуги рассматривать как время прохождения потока по этой дуге). Выделить критический путь, время прохождения которого равно  $t_{\{кр\}}$ .

Выполнить следующие действия.

А. Записать матрицу весов данного нагруженного орграфа.

В. Нарисовать данный орграф в виде диаграммы.

С. Произвести переобозначение узлов (вместо  $x_j$  обозначить  $y_k$ ) так, чтобы орграф принял вид сети.

Д. В порядке новой нумерации узлов сети расставить метки узлов, указывающие длину критического пути из истока в данный узел.

Е. Выделить на диаграмме критические пути во все узлы. Записать критический путь из истока в сток в первоначальных обозначениях узлов.

Все задания курсовой работы индивидуальные, так как в каждой задаче присутствуют индивидуальные не указанные здесь данные.

## Вопросы для промежуточной аттестации в виде экзамена.

1. Построение математической модели основных экономических задач – распределения ресурсов и составления диеты.
2. Классификация задач линейного программирования.
3. Переход от задачи линейного программирования в канонической форме к задаче стандартного вида и наоборот.
4. Графический способ решения задачи линейного программирования.
5. Геометрия многомерного пространства.
6. Геометрический способ решения задачи линейного программирования в многомерном пространстве.
7. Теоремы о совпадении понятий опорного плана и угловой точки.
8. Принцип перехода к соседнему опорному плану в симплекс-методе.
9. Условие оптимальности в симплекс-методе.
10. Алгоритм симплекс-метода.
11. Метод искусственного базиса как метод поиска начального опорного плана.
12. Решение смешанной задачи линейного программирования М-методом.
13. Понятие о двойственном симплекс-методе.
14. Графическое решение целочисленной задачи линейного программирования.
15. Метод Гомори решения целочисленной задачи линейного программирования.
16. Принципы построения двойственных задач. Составление двойственной задачи к смешанной задаче линейного программирования.
17. Первая теоремы двойственности.
18. Вторая теоремы двойственности.
19. Постановка транспортной задачи и теорема о ее разрешимости.
20. Методы поиска начального опорного плана транспортной задачи – метод северо-западного угла и метод минимальной стоимости.
21. Решение транспортной задачи по методу потенциалов.
22. Различные способы решения открытой транспортной задачи.
23. Особые случаи при анализе вырожденных опорных планов.
24. Основы динамического программирования.
25. Принцип оптимальности Беллмана.
26. Основное функциональное уравнение динамического программирования.
27. Оптимальное единовременное распределение средств между предприятиями.
28. Оптимальное поэтапное распределение средств между предприятиями в течение планового периода.
29. Задача об оптимальном плане замены оборудования.
30. Календарное планирование трудовых ресурсов.
31. Основные понятия теории графов.
32. Пути в графе, маршруты в орграфе.
33. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Дейкстра.
34. Задача о критическом пути в графе.
35. Задача о графе минимальной длины.
36. Максимальный поток в графе.

Практическую часть экзамена составляют типовые задачи по темам, рассмотренным на практических занятиях, лабораторных работах, при самостоятельной работе и при выполнении курсовой работы, но существенно меньшие по объему вычислений.



## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **Основная литература**

1. Исследование операций для экономистов, политологов и менеджеров [Электронный ресурс] / Токарев В.В. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014,- 408 с. - ISBN 978-5-9221-1451-6.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114516.html>
2. Экономико-математические методы и модели [Электронный ресурс] / Гетманчук А. В. - М. : Дашков и К, 2013 - 188 с. - ISBN 978-5-394-01575-5.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394015755.html>
3. Электронный оракул. Компьютерные модели и решение социальных проблем [Электронный ресурс] / Медоуз Д.Х. - М. : БИНОМ, 2013 -527 с. : ил. - ISBN 978-5-9963-2122-3.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996321223.html>
4. Математическая экономика [Электронный ресурс] : Учебник / В.А. Охорзин. - М. : Абрис, 2012. - 263 с.: ил. ISBN 978-5-4372-0062-9.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785437200629.html>

### **Дополнительная**

1. Экономико-математическое моделирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е.И. Гусева. - 2-е изд., стереотип. - М. : ФЛИНТА, 2011 - 216 с. - ISBN 978-5-89349-976-6.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785893499766.html>
2. Основы математического моделирования [Электронный ресурс] : Учебное пособие для вузов / Маликов Р.Ф. - М. : Горячая линия - Телеком, 2010 - 368 с: ил. - ISBN 978-5-9912-0123-0.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785991201230.html>
3. "Жесткие" и "мягкие" математические модели." [Электронный ресурс] / Арнольд В.И. - 3-е изд., стереотип. - М.: МЦНМО, 2011 - 32 с.: ил. - ISBN 978-5-94057-690-7.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940576907.html>

### **Периодическая литература**

1. Успехи математических наук, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414).
2. Автоматика и телемеханика, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414).

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

1. Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с экраном.
2. Электронные учебные материалы на компакт-дисках.
3. Лаборатории вычислительных методов 405-3 и 528-3.

**Лист переутверждения**

Программа переутверждена:

на 2018/2019 учебный год. Протокол заседания кафедры № 1 от 04.09.18 года.

Заведующий кафедрой 

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_