

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по УМР

А.А. Панфилов

« 29 » 01 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»**

Направление подготовки — **02.03.01** «Математика и компьютерные науки».

Профиль подготовки — «Математические методы в экономике и финансах»

Уровень высшего образования — бакалавриат

Форма обучения — очная

| Семестр | Трудоём-<br>кость<br>зач.<br>ед,час. | Лек-<br>ций,<br>час. | Прак-<br>тич.<br>занят<br>ий,<br>час. | Лабора-<br>т.<br>работ,<br>час. | СРС<br>,<br>час. | Форма промежуточного<br>контроля<br>(экз./зачет) |
|---------|--------------------------------------|----------------------|---------------------------------------|---------------------------------|------------------|--------------------------------------------------|
| 4       | 4/144                                | 36                   | 36                                    |                                 | 72               | Зачет с оценкой                                  |
| Итого:  | 4/144                                | 36                   | 36                                    |                                 | 72               | Зачет с оценкой                                  |

Владимир, 2015

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

Цель дисциплины «Функциональный анализ» — ознакомление с общей теорией функций, с методами работы в бесконечномерных функциональных пространствах и их приложениями в вычислительной математике. В терминах данной дисциплины традиционно излагаются многие задачи физики, технические проблемы и разнообразные процессы, происходящие в природе.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО.

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к вариативной части учебного плана.

Для освоения данной дисциплины обучающимся необходимо иметь теоретические знания и практические навыки по дисциплинам линейная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория функций комплексного переменного. Иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией, уметь использовать инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации.

Ее изучение позволяет обучающимся

- применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- применять системный подход к анализу и синтезу сложных систем;
- уметь строить математические модели объектов профессиональной деятельности;
- уметь использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

Основные понятия «Функционального анализа» используются при изучении дисциплин: теория вероятностей и математическая статистика, вычислительная математика, методы оптимизации и исследование операций, физика.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

В результате освоения дисциплины «Функциональный анализ » студент должен обладать:

- готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2);
- способностью строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3).

В результате освоения дисциплины студент должен:

- **Знать**

- основные положения теории метрических (в том числе нормированных и гильбертовых) пространств;
- основные положения современных теорий меры и интегрирования;
- основные положения теории линейных функционалов и операторов;
- основные методы приближенного и точного решения функциональных и линейных интегральных уравнений.
- **Уметь**
  - применять методы функционального анализа при решении прикладных задач;
  - применять методы функционального анализа при решении теоретико-вероятностных задач, задач математической физики и задач оптимального управления;
- **Иметь навыки** использования методов функционального анализа при решении теоретических и прикладных задач.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часов.

| № п/п        | Раздел (тема) дисциплины                                                  | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) |          |                      |                     |             |           |         | Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %) | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------------------|---------------------|-------------|-----------|---------|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|              |                                                                           |         |                 | Лекции                                                                                 | Семинары | Практические занятия | Лабораторные работы | Контрольные | СРС       | КП / КР |                                                                         |                                                                                                           |
| 1            | Элементы теории множеств                                                  | 4       | 1               | 2                                                                                      |          | 2                    |                     |             | 4         |         | 2 (50%)                                                                 |                                                                                                           |
| 2            | Метрические пространства                                                  | 4       | 2-3             | 4                                                                                      |          | 4                    |                     |             | 8         |         | 4 (50%)                                                                 |                                                                                                           |
| 3            | Линейные нормированные пространства                                       | 4       | 4-6             | 6                                                                                      |          | 6                    |                     |             | 12        |         | 6 (50%)                                                                 | Рейтинг-контроль 1                                                                                        |
| 4            | Гильбертовы пространства                                                  | 4       | 7               | 2                                                                                      |          | 2                    |                     |             | 4         |         | 2 (50%)                                                                 |                                                                                                           |
| 5            | Теория меры и интеграл Лебега                                             | 4       | 8-11            | 8                                                                                      |          | 8                    |                     |             | 16        |         | 8 (50%)                                                                 | Рейтинг-контроль 2                                                                                        |
| 6            | Вариационное исчисление                                                   | 4       | 12-14           | 6                                                                                      |          | 6                    |                     |             | 12        |         | 6 (50%)                                                                 |                                                                                                           |
| 7            | Компактные операторы в гильбертовом пространстве и интегральные уравнения | 4       | 15-18           | 8                                                                                      |          | 8                    |                     |             | 16        |         | 8 (50%)                                                                 | Рейтинг-контроль 3                                                                                        |
| <b>Всего</b> |                                                                           |         |                 | <b>36</b>                                                                              |          | <b>36</b>            |                     |             | <b>72</b> |         | <b>36 (50%)</b>                                                         | <b>Зачет с оценкой</b>                                                                                    |

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.**

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек);
3. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций);
4. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

В активной и интерактивной формах проводятся 50% аудиторных занятий.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.**

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

### **Текущая контроль в форме рейтинг - контроля.**

#### **Рейтинг- контроль 1.**

Линейные нормированные пространства. Теорема о сжимающем отображении.

#### **Рейтинг- контроль 2.**

Экстремальные задачи в линейных пространствах.

#### **Рейтинг- контроль 3.**

Уравнения Вольтерры.

### **Текущий контроль самостоятельной работы (типовые расчеты).**

#### **Типовой расчет №1**

«Метрические пространства.».

#### **Типовой расчет №2**

«Вариационное исчисление.».

#### **Типовой расчет №3**

«Интегральные уравнения.».

### **Промежуточная аттестация в форме зачета с оценкой.**

### Вопросы к зачету с оценкой.

1. Множества, операции над множествами и их свойства. Системы множеств. Отношения. Отображения.
2. Мощность множества. Свойства счетных множеств.
3. Несчетность отрезка. Свойства множеств мощности континуум.
4. Теорема Кантора — Бернштейна.
5. Теорема Кантора о неэквивалентности множества семейству его подмножеств.
6. Определение и примеры метрических пространств. Сходящиеся последовательности.
7. Свойства открытых и замкнутых множеств.
8. Непрерывные отображения.
9. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах.
10. Полные метрические пространства. Теорема Бэра.
11. Теорема о равномерной ограниченности последовательности функций.
12. Принцип сжимающих отображений.
13. Условия компактности в метрических пространствах.
14. Свойства функций непрерывных на компакте.
15. Линейные нормированные пространства.
16. Линейные непрерывные операторы и функционалы, ограниченность и непрерывность, норма.
17. Теорема Банаха — Штейнгауза.
18. Существование непрерывной функции с расходящимся рядом Фурье.
19. Полнота пространства линейных операторов. Сопряженные пространства.
20. Теорема Хана — Банаха.
21. Теорема Банаха об обратном операторе.
22. Гильбертовы пространства. Ортонормированные системы векторов.
23. Теорема об элементе наилучшего приближения. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля.
24. Дифференцирование в линейных нормированных пространствах. Производные Фреше и Гато. Примеры.
25. Необходимые и достаточные условия локального экстремума линейного функционала.
26. Вычисление первой и второй вариации функционала.
27. Простейшие вариационные задачи. Вывод уравнения Эйлера. Условие Лежандра.
28. Задача о брахистохроне.
29. Построение меры Лебега на квадрате. Основные свойства меры.
30. Измеримые функции и их свойства.
31. Определение и свойства интеграла Лебега для ограниченных, положительных, неограниченных, функций произвольного знака.
32. Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега.
33. Полнота пространств  $L_p(A)$ .
34. Компактные операторы в банаховом пространстве. Свойства компактных операторов.
35. Компактность оператора Фредгольма в пространстве  $C[a, b]$  и в  $L_2[a, b]$ .
36. Симметричные операторы в гильбертовом пространстве. Условие симметричности оператора Фредгольма в пространстве  $L_2[a, b]$ .
37. Теорема Гильберта о спектральном разложении компактного симметричного оператора в гильбертовом пространстве и следствия из нее.

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ.**

### **Основная литература**

1. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Л. Крепкогорский - Казань : Издательство КНИТУ- 116 с. 2014 - ISBN 978-5-7882-1650-8.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216508.html>
2. Лекции по выпуклому и многозначному анализу [Электронный ресурс] / Арутюнов А.В - М. : ФИЗМАТЛИТ, 184 с. - ISBN . 2014 - ISBN 978-5-9221-1558-2.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115582.html>
3. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики [Электронный ресурс] : практикум / К.Г. Клименко, Е.А. Козловский, Г.В. Левицкая. - М.: Прометей, 107(1) с. 2014 - ISBN 978-5-7042-2529-4  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704225294.html>

### **Дополнительная литература**

1. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] / Колмогоров А.Н., Фомин С.В. - 7-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, - 572 с. 2009 - ISBN 978-5-9221-0266-7. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102667.html>
2. Функциональный анализ: метод. указания к практическим занятиям [Электронный ресурс] / Е.А. Власова, Е.Е. Красновский, И.К. Марчевский; под ред. В.С. Зарубина. - М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, - 77 [3] с. – 2009 -ISBN --.  
[http://www.studentlibrary.ru/book/bauman\\_0005.html](http://www.studentlibrary.ru/book/bauman_0005.html)
3. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи [Электронный ресурс]: Учеб. пособие / Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. - 3-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ - 256 с. 2011 - ISBN 978-5-9221-0992-5.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109925.html>

### **Программное обеспечение и Интернет – ресурсы:**

1. Пакет Microsoft Excel
2. Maple
3. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru/>
4. Математическая энциклопедия <http://allmath.com/>
5. Образовательные ресурсы – window.edu.ru/

## **8. МАТЕРИАЛЬНО–ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.**

- Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с автоматическим экраном.
- Лаборатория численных методов (405-3): 25 посадочных мест, 13 персональных компьютеров со специализированным программным обеспечением, мультимедийный проектор с экраном.
- Электронные учебные материалы на компакт-дисках.
- Доступ в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО **02.03.01** «Математика и компьютерные науки».

Автор: доцент. каф. ФАиПИМ В.Д.Бурков

Рецензент (ы)

*О.В. Скрипко директор по качеству*  
*ЗАО Инженерная фирма "ПРО-Инвест"*

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП  
протокол № 4А от 29.01.15 года.

Заведующий кафедрой - проф. Давыдов А.А.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления 02.03.01

протокол № 4А от 29.01.15 года.

Председатель комиссии

Программа переутверждена:

на 2018/2019 учебный год. Протокол заседания кафедры № 1 от 04.09.18 года.  
Заведующий кафедрой

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой