

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ
 Проректор
 по учебно-методической работе

А.А.Панфилов

« 29 » 01 2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ»

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Профиль/программа подготовки - Математические методы в экономике и финансах

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения - очная

Семестр	Трудоем- кость зач. ед, час.	Лекций, час.	Практичес- ких занятий, час.	Лабора- торных работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
4	6/216	36	36	-	99	экз. (45ч.)
Итого	6/216	36	36	-	99	экз.(45 ч.)

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» имеет своей целью: знакомство с фундаментальными понятиями и положениями дисциплины: формирование геометрического мышления; знакомство с аналитическими методами исследования геометрических объектов; демонстрация органичности сочетания методов различных математических дисциплин (математического анализа, дифференциальных уравнений, аналитической геометрии и алгебры) при исследовании геометрических объектов; формирование представлений о возможностях применения геометрических методов к исследованию объектов профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП БАКАЛАВРИАТА

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» относится к базовой части подготовки бакалавра по направлению "Математика и компьютерные науки". Ее изучение позволит обучающимся: применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности; уметь строить математические модели объектов профессиональной деятельности.

Для освоения данной дисциплины, обучающимся необходимо иметь теоретические знания и практические навыки по дисциплинам «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения» иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией. Основные понятия дисциплины используются при изучении других разделов математики, ряда естественнонаучных и специальных дисциплин: компьютерной геометрии; геометрического моделирования, теоретической механики.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать:

1. готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1);
2. способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2);
3. способностью к проведению методических и экспериментальных работ в области математики (ПК-11).

В итоге обучающийся должен:

знать - свойства объектов данной области математики и иметь представление о сфере приложения методов дифференциальной геометрии и топологии;

уметь - свободно оперировать основными понятиями дисциплины, формулировать геометрическую задачу на алгебраическом языке и дать геометрическую интерпретацию полученного алгебраического решения;

владеть - аналитическим аппаратом дифференциальной геометрии.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах/ %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС	КП / КР		
1	Кривые на плоскости и в пространстве. Длина кривой. Натурально параметризованные кривые. Сопровождающий трехгранник, формулы Френе, кривизна, кручение.	4	1,2	4	4		11		4/50%	
2	Параметрическое задание поверхности, первая квадратичная форма.	4	3,4	4	4		11		4/50%	
3	Главные направления и главные кривизны. Вторая квадратичная форма, средняя и гауссова кривизны. Классификация точек на поверхности.	4	5,6	4	4		11		4/50%	РК 1
4	Тензорная алгебра. Алгебраическая теория; типы тензоров, операции – тензорное произведение, свертка. Метрический тензор.	4	7,8	4	4		11		4/50%	
5	Дифференциальное исчисление тензоров. Внешний дифференциал форм. Производная Ли.	4	9,10	4	4		11		4/50%	
6	Объект связности; символы Кристоффеля. Тензоры кручения и кривизны. Связность согласованная с метрикой.	4	11,12	4	4		11		4/50%	РК 2
7	Ковариантная производная параллельный перенос векторного поля вдоль кривой на поверхности.	4	13,14	4	4		11		4/50%	

	Геодезические								
8	Топологическое пространство; характеристики, свойства, операции.	4	15,16	4	4		11	4/50%	
9	Гладкое многообразие. Карты, атлас. Примеры.	4	17,18	4	4		11	4/50%	РК 3
Итого:				36	36		99	36/50%	Экзамен (45)

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек);
3. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций);
4. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

В активной и интерактивной формах проводятся 50% аудиторных занятий.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: текущего контроля (контрольных работ, рейтинг – контролей); самостоятельной работы (типовых расчетов, курсовых работ и др.) и промежуточной аттестации (зачёта, зачета с оценкой или экзамена).

Публикуемые компоненты ФОС:

1. Полный список теоретических вопросов промежуточной аттестации (несменяемая часть).
2. Типовые формы текущего контроля (КР).
3. Типовые формы самостоятельной работы (ТР).

Для генерирования сменяемой части оценочных средств (задач), используются материалы библиотеки ВлГУ и указанных там же специальных сайтов.

Текущий контроль в форме рейтинг -контроля

Рейтинг-контроль 1 «Кривые»

Контрольная работа к рейтинг-контролю

Типы задач

1. Найти касательную к кривой, нормальную плоскость.
2. Вычислить натуральный параметр.
3. Найти кривизну кривой.

4. Найти кручение кривой.
5. Построить сопровождающий трехгранник Френе.

Рейтинг-контроль 2 «Поверхности»
Контрольная работа к рейтинг-контролю
Типы задач

1. Найти касательную плоскость и нормаль к поверхности.
2. Найти 1-квадратичную форму поверхности.
3. Вычислить угол между кривыми на поверхности двумя способами. Сравнить результат.
4. Найти 2-ю квадратичную форму поверхности.
5. Найти главные кривизны, гауссову и среднюю кривизны.

Рейтинг-контроль 3 «Тензорный анализ. Аффинные связности»
Контрольная работа к рейтинг-контролю
Типы задач

1. Тензоры. Операции с тензорами.
2. Внешний и внутренний дифференциалы.
3. Производная Ли.
4. Связности, параллельный перенос.
5. Связность, согласованная с метрикой.

Промежуточная аттестация в форме экзамена
Вопросы к экзамену

1. Понятие кривой. Способы задания кривой. Гладкие и регулярные кривые.
2. Касательная к кривой. Длина дуги кривой. Натуральная параметризация.
3. Кривизна гладкой кривой. Вычисление, геометрический смысл.
4. Репер Френе и сопровождающий трехгранник Френе
5. Кручение кривой. Вычисление, геометрический смысл.
6. Формулы Френе для плоской и пространственной кривой.
7. Определение регулярной кривой её кривизной и кручением (формулировка теоремы и идея доказательства). Натуральные уравнения кривой.
8. Простая поверхность. Координатная сеть. Замена координат на простой поверхности.
9. Примеры поверхностей (общая поверхность вращения, сфера, тор, прямой геликоид, линейчатая поверхность, цилиндрическая и коническая поверхности)
10. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
11. Первая квадратичная форма поверхности. Первая квадратичная форма графика функции $z = f(x, y)$ и поверхности вращения.
12. Вычисление длин, углов и площадей на поверхности.
13. Нормальная кривизна поверхности. Вторая квадратичная форма. Вторая квадратичная форма графика функции $z = f(x, y)$ и поверхности вращения.
14. Главные направления и главные кривизны поверхности. Формула Эйлера.
15. Гауссова и средняя кривизны. Формулы для гауссовой и средней кривизны графика функции $z = f(x, y)$ и поверхности вращения.
16. Классификация точек поверхности.
17. Линии кривизны. Дифференциальное уравнение линий кривизны.
18. Нормальная и геодезическая кривизна кривой на поверхности.
19. Асимптотические направления. Асимптотические линии. Дифференциальное уравнение асимптотических линий.
20. Тензоры. Операции с тензорами.
21. Внешний и внутренний дифференциалы форм. Свойства.
22. Производная Ли. Свойства.
23. Аффинные связности, параллельный перенос.

24. Аффинная связность, согласованная с метрикой (Леви - Чивита).
25. Топологическое пространство. База топологии. Замкнутые подмножества. Метрическое пространство. Топология, индуцированная метрикой.
36. Непрерывные отображения топологических пространств. Гомеоморфизм.
27. Связность, линейная связность. Компактные топологические пространства. Их свойства.
28. Индуцированная топология. Подпространства. Фактор-топология. Фактор-пространство.
29. Понятие n - мерного топологического многообразия. Карта. Атлас.
30. Гладкий атлас. Гладкое многообразие. Задание многообразия системой уравнений.

Самостоятельная работа в форме типовых расчетов

Типовой расчет №1

«Кривые и поверхности»

1. Найти касательную к кривой, нормальную плоскость.
2. Вычислить натуральный параметр.
3. Найти кривизну кривой.
4. Найти кручение кривой.
5. Построить сопровождающий трехгранник Френе.
6. Найти касательную плоскость и нормаль к поверхности.
7. Найти 1-кватричную форму поверхности.
8. Вычислить угол между кривыми на поверхности двумя способами. Сравнить результат.
9. Найти 2-ю кватричную форму поверхности.
10. Найти главные кривизны, гауссову и среднюю кривизны.

Типовой расчет №2

«Тензоры, связности. Элементы топологии»

1. Тензоры, закон преобразования тензора при замене координат.
2. Операции с тензорами; тензорное произведение, внешнее произведение форм, свертка.
3. Внешний и внутренний дифференциалы.
4. Производная Ли, свойства.
5. Связности, тензор кривизны и кручения.
6. Параллельный перенос тензоров.
7. Геодезические.
8. Связность, согласованная с метрикой.
9. Многообразия. Особенности топологии многообразий.
10. Дифференциальная структура: карты, атласы.

7. УЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии. [Электронный ресурс] Кузовлев В.П., Подаева Н.Г. - М. : - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 208 с. - ISBN 978-5-9221-1360-1.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113601.html>
2. Геометрическое моделирование окружающего мира [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.А. Уткин. - 2-е изд., стер. - М. : ФЛИНТА, 2014. - 219с. - ISBN 978-5-9765-1956-5. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976519565.html>
3. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики [Электронный ресурс] : практикум / К.Г. Клименко, Е.А. Козловский, Г.В. Левицкая. - М. : Прометей, 2014 - 107(1) с. - ISBN 978-5-7042-2529-4.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704225294.html>

Дополнительная литература

1. Лекции по дифференциальной геометрии. [Электронный ресурс] / Сизый С. В. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007 -376 с.- ISBN 978-5-9221-0742-6.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922107426.html>
2. Задачи по топологии [Электронный ресурс] / Прасолов В.В. - М.: МЦНМО, 2008.- 40-с. - ISBN 978-5-94057-349-4. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940573494.html>
3. Основы дифференциальной геометрии в интересных задачах [Электронный ресурс] / Скопенков А.Б. - 2-е изд., испр. - М.: МЦНМО, 2010. -- 72 с. - ISBN 978-5-94057-630-3
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940576303.html>
4. Алгоритмическая топология и классификация трехмерных многообразий. [Электронный ресурс] / Матвеев С.В. - М.: МЦНМО, 2007. -456 с. - ISBN 978-5-94057-209-1 <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940572091.html>

Периодические издания

1. Успехи математических наук, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414) (1 шт)
2. Автоматика и телемеханика, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414) (1 шт)

8.МАТЕРИАЛЬНО –ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с автоматическим экраном.

Лаборатория численных методов (405-3): 25 посадочных мест, 13 персональных компьютеров со специализированным программным обеспечением, мультимедийный проектор с экраном.

Электронные учебные материалы на компакт -дисках.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки».

Автор: доц. каф. ФАиПМ.Ю. Звягин.

Рецензент директор по маркетингу ЗАО «Инвестиционная фирма «ПРОК-Инвест»
_____ Крисько О.В.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП
протокол № 2 от 30.01.2015 года.

Заведующий кафедрой – проф. Давыдов А.А. _____

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления _____

протокол № 2 от 30.01.2015 года.

Председатель комиссии _____

Программа переутверждена:

на 2018/19 учебный год. Протокол заседания кафедры № 1 от
04.09.18 года.

Заведующий кафедрой _____

на _____ учебный год. Протокол заседания кафедры № _____ от
_____ года.

Заведующий кафедрой _____

на _____ учебный год. Протокол заседания кафедры № _____ от
_____ года.

Заведующий кафедрой _____

на _____ учебный год. Протокол заседания кафедры № _____ от
_____ года.

Заведующий кафедрой _____

на _____ учебный год. Протокол заседания кафедры № _____ от
_____ года.

Заведующий кафедрой _____