

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор  
по учебно-методической работе  
А.А.Панфилов  
« 29 » \_\_\_\_\_ 20 15 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
« ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА »

Направление подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»  
Профиль подготовки «Математические методы в экономике и финансах»  
Уровень высшего образования бакалавриат  
Форма обучения очная

Семестр	Трудоемкость (зач. ед./ час)	Лекции (час)	Практические занятия (час)	Лаб. работы (час)	СРС (час)	Форма контроля (экз./зач.)
1	3 / 108	18	18	-	72	Зачёт
2	5 / 180	18	36	-	90	Экзамен (36 ч.)
Итого	8 / 288	36	54	-	162	Зачёт, Экзамен (36 ч.)

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

Дисциплина «Линейная алгебра» обеспечивает подготовку по следующим разделам математики: линейной алгебры и аналитической геометрии, матричного исчисления, векторного исчисления, линейное программирование.

Целями освоения дисциплины являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов линейной алгебры и линейного программирования.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
4. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей на основе методов линейной алгебры и линейного программирования.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО.

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к дисциплинам базовой части.

### *Взаимосвязь с другими дисциплинами*

Курс «Линейная алгебра» основывается на знании школьного курса арифметики, алгебры и геометрии.

Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения общепрофессиональных дисциплинах, а так же дисциплинах естественнонаучного цикла.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

Выпускник, освоивший программу бакалавриата, должен обладать следующими **общепрофессиональными компетенциями (ОПК)**:

- готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими **профессиональными компетенциями (ПК)**:

- способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области (ПК-1);
- способностью строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3);
- способностью к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика, физика, информатика) (ПК-9).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:



**Знать:**

- аналитическую геометрию, многомерную евклидову геометрию (ПК-1);
- линейную алгебру (ОПК-1);
- основы линейного программирования (ОПК-1).

**Уметь:**

- применять теоретические знания при решении математических задач (ПК-3);
- проводить анализ и обработку математических задач с целью их линеаризации и геометризации (ПК-1).

**Владеть:** основными приёмами решения классических задач линейной алгебры, аналитической геометрии и линейного программирования (ПК-9).

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц (288 часов): 3 зачетных единицы в 1 семестре и 5 зачетных единицы во 2 семестре. Распределение трудоемкости по видам занятий в семестрах представлено в таблице.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям), форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
				Лекции	Семинары	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС			КП / КР
1	1.1, 1.2	1	1, 2	2		2			6		2/50	
2	1.3		3, 4	2		2			6		2/50	
3	1.4		5, 6	2		2		КР №1	8		2/50	Рейтинг-контроль №1
4	1.5		7, 8	2		2			10		2/50	
5	1.6 – 1.8		9, 10	2		2			10		2/50	
6	1.9		11, 12	2		2		КР №2	8		2/50	Рейтинг-контроль №2
7	1.10		13, 14	2		2			8		2/50	
8	1.11		15, 16	2		2			8		2/50	
9	1.11		17, 18	2		2		КР №3	8		2/50	Рейтинг-контроль №3
<b>Всего часов в I семестре</b>				<b>18</b>		<b>18</b>			<b>72</b>		<b>18/50</b>	<b>Зачёт</b>
1	2.1-2.3	2	1, 2	2		4			8		3/50	
2	2.4, 2.5		3, 4	2		4			10		3/50	
3	2.6, 2.7		5, 6	2		4		КР №1	8		3/50	Рейтинг-контроль №1
4	2.8, 2.9		7, 8	2		4			10		3/50	
5	2.10, 2.11		9, 10	2		4			12		3/50	
6	2.12		11, 12	2		4		КР №2	10		3/50	Рейтинг-контроль №2
7	2.13		13, 14	2		4			12		3/50	

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям), форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
				Лекции	Семинары	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС			КП / КР
8	2.14		15, 16	2		4			10		3/50	
9	2.15		17, 18	2		4		КР №3	10		3/50	Рейтинг-контроль №3
<b>Всего часов во II семестре</b>				<b>18</b>		<b>36</b>			<b>90</b>		<b>27/50</b>	<b>Экзамен</b>
<b>Всего часов</b>				<b>36</b>		<b>54</b>			<b>162</b>		<b>45/50</b>	<b>Зачёт, экзамен</b>

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ КУРС

### Семестр 1.

#### Глава «Матрицы. Определители. Системы»

- 1.1. Матрицы. Основные понятия. Действия с ними (сложение матриц, умножение матриц на число, транспонирование матриц, произведение матриц). Свойства линейных операций над матрицами. Вырожденная и невырожденная матрица, противоположная матрица.
- 1.2. Определители (2, 3, 4 и n-го порядков). Основные понятия и их свойства. Определитель Вандермонда.
- 1.3. Понятие обратной матрицы. Теорема о существовании обратной матрицы.
- 1.4. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров и методом элементарных преобразований. Теорема Кронекера-Капелли.
- 1.5. Системы линейных алгебраических уравнений: совместные и несовместные, определенные и неопределенные системы. Равносильные системы, элементарные преобразования систем. Методы решения СЛАУ (метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод). Решение матричных уравнений. Линейная однородная система и её исследование.

#### Глава «Векторная алгебра»

- 1.6. Векторы: равные, параллельные и коллинеарные векторы, орты и базис. Проекция вектора на ось и ее свойства. Направляющие косинусы вектора, их свойства.
- 1.7. Линейные операции над векторами и их свойства.
- 1.8. Скалярное произведение векторов. Условие перпендикулярности 2-х векторов. Векторное произведение векторов. Условие параллельности 2-х векторов. Смешанное произведение векторов. Условие компланарности трёх векторов.



### **Глава «Аналитическая геометрия»**

- 1.9. Прямая линия на плоскости: угловой коэффициент прямой, угол между пересекающимися прямыми, условия параллельности и перпендикулярности. Различные виды уравнений прямой.
- 1.10. Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве.
- 1.11. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.

## **Семестр 2.**

### **Глава «Линейное пространство»**

- 2.1. Определение линейного пространства. Линейная зависимость, размерность и базис в линейном пространстве.
- 2.2. Подмножества линейного пространства. Операции с элементами линейного пространства в координатном представлении.
- 2.3. Изоморфизм линейных пространств.

### **Глава «Подпространство линейного пространства»**

- 2.4. Определение подпространства. Подпространства, образованные решениями однородной линейной системы уравнений.

### **Глава «Линейные операторы»**

- 2.5. Основные понятия. Действия с линейными операторами.
- 2.6. Матрица линейного оператора.
- 2.7. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Характеристическое уравнение. Вычисление собственных чисел и собственных векторов.

### **Глава «Евклидово пространство»**

- 2.8. Определение евклидова пространства и основные свойства. Неравенство Коши – Буняковского, неравенство треугольника.
- 2.9. Ортонормированный базис. Ортогонализация базиса.
- 2.10. Ортогональные матрицы и операторы в евклидовом пространстве. Ортогональные дополнения и ортогональные проекции в евклидовом пространстве.
- 2.11. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве. Самосопряженные операторы. Ортогональные операторы.

### **Глава «Квадратичные формы»**

- 2.12. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Приведение общего уравнения кривой и поверхности второго порядка к каноническому виду.

### **Глава «Элементы линейного программирования»**

- 2.13. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования в случае двух переменных. Графический метод решения.
- 2.14. Симплекс-метод решения задач линейного программирования.
- 2.15. Транспортная задача.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.**

### **5.1. Активные и интерактивные формы обучения.**

С целью формирования и развития профессиональных навыков студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в

сочетании с внеаудиторной работой: контрольные аудиторные работы, индивидуальные домашние работы.

Объем занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет 18 часов (50%) в 1 семестре и 27 часов (50%) во 2 семестре, контрольные работы 12 часов на практических занятиях (из расчета по 3 контрольные работы в первом и втором семестрах).

### **5.2. Самостоятельная работа студентов.**

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, составление конспекта лекций по предложенным темам. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по типовым расчетам.

### **5.3. Мультимедийные технологии обучения.**

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийной аудитории с использованием компьютерного проектора. Студентам предоставляется компьютерный курс лекций. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов.

### **5.4. Лекции приглашенных специалистов.**

В рамках учебного курса «Линейная алгебра» не предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных университетов.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.**

Комплект оценочных средств по дисциплине «Линейная алгебра» включает:

1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости:
  - комплект задач репродуктивного уровня, позволяющих оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы решения).
2. Оценочные средства для контроля самостоятельной работы студентов:
  - типовые расчеты для внеаудиторной работы, позволяющие провести процедуру измерения уровня знаний и умений обучающихся.
3. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме
  - вопросы и задачи для проведения экзамена.



**Семестр 1**  
**Рейтинг-контроль № 1**  
 Контрольная работа №1 «Матрицы. Определители»  
 Вариант 1

1. Дан определитель 
$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

- а) запишите разложение данного определителя по четвёртому столбцу;  
 б) вычислите определитель, получив предварительно нули в какой – либо строке или столбце.

2. Вычислить значение матричного многочлена  $A^2 - 5 \cdot B^T + B \cdot E$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

3. Найти обратную матрицу для матрицы  $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 10 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Рейтинг-контроль № 2**  
 Контрольная работа №2 «СЛАУ. Векторная алгебра»  
 Вариант 1

1. Решить систему уравнений методом обратной матрицы: 
$$\begin{cases} x + 2y - z = -1, \\ 3y - z = 1, \\ x + 4y + z = 5. \end{cases}$$

Значение  $x$  вычислить также методом Крамера.

2. Исследовать систему на совместность 
$$\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}.$$

3. Даны четыре вектора:  $\vec{a} = \{4, 5, 2\}$ ;  $\vec{b} = \{3, 0, 1\}$ ;  $\vec{c} = \{-1, 4, 2\}$ ;  $\vec{d} = \{5, 7, 8\}$ .

- а) доказать, что векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образуют базис и найти разложение вектора  $\vec{d}$  в этом базисе;  
 б) найти косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;  
 в) найти длину вектора  $\vec{g} = \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Рейтинг-контроль № 3**  
 Контрольная работа №3 «Аналитическая геометрия»  
 Вариант 1

1. Найти угол между прямой  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{1}$  и плоскостью  $3x - z = 0$ .

2. Определить фокусы эллипса  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

3. Даны вершины треугольника  $A(2, 6)$ ,  $B(4, -2)$ ,  $C(-2, -6)$ . Составить уравнение высоты из вершины  $A$  и уравнение медианы из вершины  $C$ .

## Самостоятельная работа студентов

### Типовой расчет №1 «Матрицы. Определители. Системы»

#### Вариант 1

1. Найти значение матричного многочлена  $f(A) = 2A^2 - 3A + 7E$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -9 \\ -7 & 3 & -2 \\ 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель четвертого порядка:  
а) разложением по строке (или столбцу);  
б) по свойству определителя (обнулением строки или столбца).

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 10 \\ 3 & 1 & -4 & -10 \\ 4 & 3 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы и указать один из базисных миноров

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных уравнений: первую систему методом Гаусса, по формулам Крамера и методом обратной матрицы, вторую систему - методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x + 7y - z = -2 \\ x + 4y + 5z = 3 \\ 2x - y + 3z = 8 \end{cases}, \quad \begin{cases} 5x - 3z = 0 \\ 2x - y + z = 10 \\ 3x + y - 4z = -10 \end{cases}$$

5. Для матрицы из задания 1 найти обратную матрицу и сделать проверку.  
6. Решить матричное уравнение  $AXB=C$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

### Типовой расчет №2 «Векторная алгебра»

#### Вариант 1.

1. Даны декартовы прямоугольные координаты вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ . Найти:
- 1) угол  $\alpha$  между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$ ;
  - 2) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ;
  - 3) объем пирамиды;
  - 4) длину высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ .

Вариант	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
1	(-2; 0; 2)	(2; 3; 14)	(-6; -3; 14)	(1; -4; 14)

2. Даны три точки  $(x_A; y_A)$ ,  $(x_B; y_B)$ ,  $(x_C; y_C)$ .



- проверить, что эти точки не лежат на одной прямой, т.е. образуют треугольник;
- вычислить параметры треугольника (площадь, периметр, величину угла  $C$ );
- найти длину медианы  $AM$ ;
- написать уравнение описанной окружности.

Вариант	$x_A$	$y_A$	$x_B$	$y_B$	$x_C$	$y_C$
1	15	-13	7	-13	14	14

### Типовой расчет №3 « Аналитическая геометрия »

#### Вариант 1.

- Даны координаты вершин треугольника  $A(x_A; y_A)$ ,  $B(x_B; y_B)$ ,  $C(x_C; y_C)$ .

- написать уравнения сторон треугольника;
- написать уравнение высоты  $BH$ ;
- найти длину  $BH$ ;
- уравнение медианы  $AE$ ;
- длину этой медианы;
- центр тяжести треугольника;
- написать уравнение биссектрисы угла  $C$
- площадь треугольника.

Вариант	$x_A$	$y_A$	$x_B$	$y_B$	$x_C$	$y_C$
1	15	-13	7	-13	14	14

- Даны декартовы прямоугольные координаты вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ . Найти:

- уравнение плоскости грани  $A_1A_2A_3$ ;
- угол  $\beta$  между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ ;
- уравнение высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ .

Вариант	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
1	(-2; 0; 2)	(2; 3; 14)	(-6; -3; 14)	(1; -4; 14)

- Задана плоскость  $\alpha$   $11x - 16y - 8z - 16 = 0$  и точка  $M(1; 1; 0)$ . Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M$  параллельно плоскости  $\alpha$ . Найти расстояние между плоскостями.

- Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1$  и  $M_2$  перпендикулярно заданной плоскости  $\alpha$ .

Вариант	Плоскость $\alpha$	$M_1$	$M_2$
1	$-20x - 9y + 12z - 24 = 0$	(2; 2; 0)	(14; 1; 12)

- Дана прямая  $l : \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$  и точка  $M(2; 0; 2)$ . Написать:

- уравнение плоскости  $\alpha$ , проходящей через прямую  $l$  и точку  $M$ ;
- уравнение плоскости  $\beta$ , проходящей через точку  $M$  перпендикулярно прямой  $l$ ;
- канонические уравнения прямой  $h$ , проходящей через точку  $M$  перпендикулярно прямой  $l$ .

### Вопросы к зачёту

1. Выполнить действия над матрицами (сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц).
2. Сформулировать основные свойства определителей.
3. Вычислить определитель заданной квадратной матрицы.
4. Доказать, что однородная система линейных уравнений, у которой число неизвестных больше числа уравнений, имеет ненулевые решения.
5. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.
6. Пользуясь формулами Крамера, решить систему линейных уравнений.
7. Решить систему линейных уравнений матричным методом.
8. Установить, имеет ли однородная система линейных уравнений ненулевые решения.
9. Найти ФНР однородной системы уравнений.
10. Найти матрицу, обратную заданной.
11. Решить матричное уравнение вида  $AX = B$ ,  $XA = B$ .
12. Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров и методом элементарных преобразований.
13. Найти длину вектора и его направляющие косинусы.
14. Найти скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.
15. Составить уравнение прямой, заданной в двумерном пространстве.
16. Составить уравнение прямой, заданной в трехмерном пространстве.
17. Найти расстояние от данной точки до заданной прямой.
18. Составить уравнение плоскости, заданной в трехмерном пространстве.
19. Исследовать взаимное расположение прямых и плоскостей, заданных в трехмерном пространстве.
20. Найти углы между данными прямыми.
21. Найти углы между данными плоскостями.
22. Найти углы между данной прямой и плоскостью.
23. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.

### Задачи к зачёту

1. Найти  $f(A)$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 5 & -4 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $f(x) = -x^2 + 5x + 8$ .

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса, методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x - 5y - 6z = -9 \\ 3x + y + z = 5 \\ x - 4y - 2z = -3 \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение  $AXB = C$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти обратную матрицу и сделать проверку  $\begin{pmatrix} -7 & -3 & -7 \\ 9 & -6 & 4 \\ 5 & 7 & -3 \end{pmatrix}$ .



5. Найти ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 17 & -14 & 22 \\ -2 & 1 & 3 & 3 & -9 \\ -4 & -3 & 11 & -19 & 17 \end{pmatrix}$ .
6. Найти угол между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ , где  $A(1; -1; 0)$ ,  $B(4; 3; -2)$  и  $C(-1; 5; 2)$ .
7. Найти векторное произведение векторов  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ , где  $A(-2; 1; 2)$ ,  $B(1; 0; -2)$  и  $C(1; 4; 3)$ .
8. Найти площадь треугольника с вершинами  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(3; 2; 1)$  и  $C(-2; 1; 2)$ .
9. Найти смешанное произведение векторов  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ , где  $A(-2; 1; 2)$ ,  $B(1; 0; -2)$  и  $C(1; 4; 3)$ .
10. Проверить, лежат ли точки  $A(5; 7; -2)$ ,  $B(3; 1; -1)$ ,  $C(9; 4; -4)$ ,  $D(1; 5; 0)$  в одной плоскости.
11. Найти объем пирамиды с вершинами  $A(5; 1; 4)$ ,  $B(1; 2; -1)$ ,  $C(3; 3; -4)$ ,  $D(2; 2; 2)$ .
12. Дана пирамида  $A_1 A_2 A_3 A_4$ :  $A_1(-1; 3; 2)$ ,  $A_2(1; 4; 4)$ ,  $A_3(-6; 5; -12)$ ,  $A_4(-1; 6; 5)$ . Найти длину высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1 A_2 A_3$ .
13. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-1; 1; 2)$  параллельно плоскости  $\alpha: 18x - y - 6z - 26 = 0$ . Найти расстояние между плоскостями.
14. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(2; -3; 1)$  и перпендикулярно плоскостям  $\alpha: x + 3y - z + 3 = 0$  и  $\beta: 2x + y - 2z + 1 = 0$ .
15. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(1; 0; -1)$ ,  $M_2(2; 2; 3)$  и  $M_3(0; -3; 1)$ .
16. Даны три точки  $A(3; -13)$ ,  $B(21; -1)$ ,  $C(10; -4)$ . Требуется:  
 а) вычислить параметры треугольника (площадь, периметр, величину угла  $C$ );  
 б) написать уравнение медианы  $AM$ ;  
 в) написать уравнение высоты угла  $C$ .
17. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки  $A(0; 2)$  и прямой  $y - 4 = 0$ .
18. Большая ось эллипса равна 12, а директрисами служат прямые  $x = \pm 12$ . Найти уравнение эллипса и его эксцентриситет.
19. Вычислить площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы  $x^2 - y^2 = 1$  и прямой  $x = 1$ .

## II семестр

### Рейтинг-контроль № 1

Контрольная работа №1 «Линейное пространство»

#### Вариант 1

1. Какие из следующих преобразований  $f$  пространства  $R^n$  являются линейными:
- $f(\vec{x}) = \vec{a}$  ( $\vec{a}$  - фиксированный вектор);
  - $f(\vec{x}) = \lambda \vec{x}$ ,  $\lambda = 0$  ( $\lambda$  - фиксированное число);
  - $f(\vec{x}) = (\vec{x}, \vec{a}) \vec{b}$  ( $\vec{a}, \vec{b}$  - фиксированные векторы);
  - $f(x_1, x_2, x_3) = (2x_1^2, 3x_2 + x_3, x_2 + x_1)$ ?
2. Исследовать на линейную зависимость систему векторов
- $\vec{a} = \{7, 1, -3\}$ ;  $\vec{b} = \{2, 2, -4\}$ ;  $\vec{c} = \{3, -3, 5\}$ ;
  - $1; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x$  на  $(0; \pi/2)$ .

## Рейтинг-контроль № 2

### Контрольная работа №2 «Линейные операторы»

#### Вариант 1

1. Матрица  $A$  линейного преобразования  $f$  в некотором базисе  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  имеет вид  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу  $A'$  преобразования  $f$  в новом базисе, состоящем из векторов  $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{e}'_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$ .
2. Найти координаты вектора  $\vec{x}$  в базисе  $(\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3)$ , если он задан в базисе  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ .

$$\vec{x} = \{6; 6; 2\}. \begin{cases} \vec{e}'_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \frac{5}{6}\vec{e}_3, \\ \vec{e}'_2 = -5\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \\ \vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3. \end{cases}$$

## Рейтинг-контроль № 3

### Контрольная работа №3 «Квадратичные формы. Элементы линейного программирования»

#### Вариант 1

1. Привести к каноническому виду квадратичную форму  $f = 27x_1^2 - 10x_1x_2 + 3x_2^2$ .
2. Решить графически задачу линейного программирования  $z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \geq 5 \\ x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

### Самостоятельная работа студентов

#### Типовой расчет №1 «Линейные операторы»

##### Вариант 1

1. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы  $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ .
2. Исследовать на линейную зависимость систему векторов  $\vec{a} = \{1, 4, 6\}, \vec{b} = \{1, -1, 1\}, \vec{c} = \{1, 1, 3\}$ .
3. Пусть  $x = \{x_1, x_2, x_3\}, Ax = \{x_1 - 2x_2 + 3x_3, x_1 + x_2, x_1 - x_3\}, Bx = \{2x_1 - 3x_3, 2x_1, x_2 + x_3\}$ . Найти  $(B \cdot A - 3B)x$ .
4. Найти координаты вектора  $\vec{x} = \{6, -1, 3\}$  в базисе  $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$ , если он задан в базисе  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$

$$\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 \\ \vec{a}_2 = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2 \\ \vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 \end{cases}.$$

#### Типовой расчет №2 «Квадратичные формы»

##### Вариант 1

1. Привести квадратичную форму к каноническому виду  $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2$ .



2. Привести к каноническому виду уравнение параболы  $x = y^2 + 4y + 5$ .

### Типовой расчет №3 «Элементы линейного программирования»

#### Вариант 1

1. Решить графически задачу линейного программирования  $z = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом  $z = 8x_2 + 7x_4 + x_6 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_4 - 2x_6 = 12 \\ 4x_2 + x_3 - 4x_4 - 3x_6 = 12 \\ 5x_2 + 5x_4 + x_5 + x_6 = 25 \\ x_1, \dots, x_6 \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить транспортную задачу.

На трех складах оптовой базы сосредоточен груз в количествах 180, 60 и 60 ед. Этот груз необходимо перевезти в 4 магазина. Каждый из магазинов должен получить соответственно 120, 40, 60 и 80 ед. груза. Тарифы перевозок задаются

матрицей  $c = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ . Составить план перевозок, при котором общая

стоимость перевозок минимальна.

### Вопросы к экзамену

1. Определение, аксиомы и примеры линейного пространства.
2. Линейная зависимость, размерность и базис в линейном пространстве.
3. Формулы перехода к новому базису.
4. Преобразование координат вектора при замене базиса.
5. Подмножества линейного пространства.
6. Операции с элементами линейного пространства в координатном представлении.
7. Изоморфизм линейных пространств.
8. Определение подпространства. Подпространства, образованные решениями однородной линейной системы уравнений.
9. Линейные операторы (основные понятия). Действия с линейными операторами.
10. Матрица линейного оператора.
11. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.
12. Характеристическое уравнение.
13. Определение евклидова пространства и основные свойства.
14. Неравенство Коши – Буняковского, неравенство треугольника.
15. Ортонормированный базис. Ортогонализация базиса.
16. Ортогональные матрицы и операторы в евклидовом пространстве.
17. Ортогональные дополнения и ортогональные проекции в евклидовом пространстве.
18. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве.
19. Самосопряженные операторы.
20. Ортогональные операторы.

21. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы.
22. Метод Лагранжа.
23. Критерий Сильвестра.
24. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования в случае двух переменных. Графический метод решения.
25. Симплекс-метод решения задач линейного программирования.
26. Транспортная задача.

#### Задачи к экзамену

1. Доказать неравенство Коши-Буняковского.
2. Выполнить действия над векторами в  $R^n$ . Найти длины векторов и углы между ними.
3. Вычислить скалярное произведение векторов в  $R^n$ .
4. Найти ранг и базис данной системы векторов. Разложить заданный вектор по данному базису.
5. Доказать, что любая система ненулевых попарно ортогональных векторов линейно независима.
6. Исследовать данное подмножество векторов линейного пространства и выяснить, является ли оно линейным подпространством.
7. Преобразовать координаты вектора при замене базиса.
8. Найти матрицу данного линейного оператора.
9. Преобразовать матрицу линейного оператора при замене базиса.
10. Найти собственные значения и собственные векторы заданной матрицы.
11. Доказать, что собственные векторы, соответствующие различным собственным значениям матрицы, линейно независимы.
12. Найти собственные векторы линейного преобразования.
13. Привести квадратичную форму к нормальному виду методом Лагранжа.
14. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональной заменой координат.
15. Решить графически задачу линейного программирования.
16. Решить задачу линейного программирования симплексным методом.
17. Решить транспортную задачу.

### 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Наличие в электронной библиотеке ВЛГУ
1	2	3
<b>Основная литература</b>		
1	Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] / Геворкян П.С - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. - ISBN 978-5-9221	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115827.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115827.html</a>
2	Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс]: курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М.: Прометей, 2013. - 80 с. - ISBN 978-5-7042-2454-9	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html</a>
3	Аналитическая геометрия и линейная алгебра. [Электронный ресурс] / Кадомцев	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922112901.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922112901.html</a>



	С. Б. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. -168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1.	
4	Квадратичные формы и матрицы [Электронный ресурс] / Ефимов Н.В. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1049-5.	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110495.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110495.html</a>
5	Курс алгебры. [Электронный ресурс] / Винберг Э.Б. - Новое издание, перераб. и доп. - М.: МЦНМО, 2011. - 592 с.: ил. - ISBN 978-5-94057-685-3.	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940576853.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940576853.html</a>
<b>Дополнительная литература</b>		
1	Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] / Беклемишев Д.В. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014 - 192 с. - ISBN 978-5-9221-1480-6	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114806.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114806.html</a>
2	Сборник задач по алгебре [Электронный ресурс]: учеб. пособ. для вузов / Аржанцев И.В. - Новое издание, исправленное - М.: МЦНМО, 2009. 408 с. - ISBN 978-5-94057-413-2.	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574132.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574132.html</a>
3	Аналитическая геометрия и линейная алгебра. [Электронный ресурс] / Кадомцев С. Б. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. -168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1.	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922112901.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922112901.html</a>
4	Курс алгебры. [Электронный ресурс] / Винберг Э.Б. - Новое издание, перераб. и доп. - М.: МЦНМО, 2011. - 592 с.: ил. - ISBN 978-5-94057-685-3.	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940576853.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940576853.html</a>
5	Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: Учеб. для вузов. / Беклемишев Д. В. - 12-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 312 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6.	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html</a>
6	Дубровин Н.И. Задачник по математике. 1-й семестр. / Н. И. Дубровин; А.Ю. Тухтамирзаев; Владим. гос. ун-т.— Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2011. – ISBN 978-5-9984-0159-9.	<a href="http://e.lib.vlsu.ru:80/handle/123456789/3063">http://e.lib.vlsu.ru:80/handle/123456789/3063</a>

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ.

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- кафедральные мультимедийные средства (ауд. 230-3);
- электронные записи лекций;
- оборудование специализированной лаборатории (230-3);
- компьютеры со специализированным программным обеспечением виртуальных приборов.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки».

Автор: доцент кафедры АиГ Проф. Прохорова Т.В.

Рецензент: Проф. Директор по качеству ЗАО «Центр информационных технологий «Трак-Центр» Жиринский В.В.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры алгебры и геометрии

Протокол № 1/15 от 29.04.15 года

Зав. кафедрой Дубр Дубровин Н.И.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Протокол № 3/11 от 29.04.15 года

Председатель комиссии Дав Давыдов А.А.

Программа переутверждена:

на 2016/2017 учебный год, протокол № 1 от 01.09.2016

Зав. кафедрой Дав

на 2017/2018 учебный год, протокол № 1 от 04.09.2017

Зав. кафедрой Дав

на \_\_\_\_\_ учебный год, протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_