

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по УМР

А.А. Панфилов

« 29 » 01 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»**

Направление подготовки — 02.03.01 «Математика и компьютерные науки».

Профиль подготовки - «Математические методы в экономике и финансах»

Уровень высшего образования — бакалавриат.

Форма обучения — очная.

Семестр	Трудоем- кость зач. ед, час.	Лек- ций, час.	Прак- тич. занят ий, час.	Лабора- т. работ, час.	СРС , час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
4	5/180	36	36		63	Экзамен (45)
Итого:	5/180	36	36		63	Экзамен (45)

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

Цель дисциплины «Функциональный анализ» — ознакомление с общей теорией функций, с методами работы в бесконечномерных функциональных пространствах и их приложениями в вычислительной математике. В терминах данной дисциплины традиционно излагаются многие задачи физики, технические проблемы и разнообразные процессы, происходящие в природе.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО.

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к вариативной части учебного плана.

Для освоения данной дисциплины обучающимся необходимо иметь теоретические знания и практические навыки по дисциплинам линейная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория функций комплексного переменного. Иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией, уметь использовать инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации.

Ее изучение позволяет обучающимся

- применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- применять системный подход к анализу и синтезу сложных систем;
- уметь строить математические модели объектов профессиональной деятельности;
- уметь использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

Основные понятия «Функционального анализа» используются при изучении дисциплин: теория вероятностей и математическая статистика, вычислительная математика, методы оптимизации и исследование операций, физика.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

В результате освоения дисциплины «Функциональный анализ» студент должен обладать:

- готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2);
- способностью строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3).

В результате освоения дисциплины студент должен:

- **Знать**

- основные положения теории метрических (в том числе нормированных и гильбертовых) пространств;
- основные положения современных теорий меры и интегрирования;
- основные положения теории линейных функционалов и операторов;
- основные методы приближенного и точного решения функциональных и линейных интегральных уравнений.
- **Уметь**
  - применять методы функционального анализа при решении прикладных задач;
  - применять методы функционального анализа при решении теоретико-вероятностных задач, задач математической физики и задач оптимального управления;
- **Иметь навыки** использования методов функционального анализа при решении теоретических и прикладных задач.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

5. Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
				Лекции	Семинары	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные	СРС	КП / КР			
1	Элементы теории множеств	4	1	2		2				4		2 (50%)	
2	Метрические пространства	4	2-3	4		4				8		4 (50%)	
3	Линейные нормированные пространства	4	4-6	6		6				12		6 (50%)	Рейтинг-контроль 1
4	Гильбертовы пространства	4	7	2		2				4		2 (50%)	
5	Теория меры и интеграл Лебега	4	8-11	8		8				11		8 (50%)	Рейтинг-контроль 2
6	Вариационное исчисление	4	12-14	6		6				12		6 (50%)	
7	Компактные операторы в гильбертовом пространстве и интегральные уравнения	4	15-18	8		8				12		6 (50%)	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего</b>				<b>36</b>		<b>36</b>				<b>63</b>		<b>36 (50%)</b>	<b>Экзамен (45)</b>

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.**

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек);
3. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций);
4. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

В активной и интерактивной формах проводятся 50% аудиторных занятий.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.**

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

### **Текущая контроль в форме рейтинг - контроля.**

#### **Рейтинг- контроль 1.**

Линейные нормированные пространства. Теорема о сжимающем отображении.

#### **Рейтинг- контроль 2.**

Экстремальные задачи в линейных пространствах.

#### **Рейтинг- контроль 3.**

Уравнения Вольтерры.

### **Текущий контроль самостоятельной работы (типовые расчеты).**

#### **Типовой расчет №1**

«Метрические пространства.»

#### **Типовой расчет №2**

«Вариационное исчисление.»

#### **Типовой расчет №3**

«Интегральные уравнения.»

### **Промежуточная аттестация в форме экзамена.**

## Вопросы к экзамену.

1. Множества, операции над множествами и их свойства. Системы множеств. Отношения. Отображения.
2. Мощность множества. Свойства счетных множеств.
3. Несчетность отрезка. Свойства множеств мощности континуум.
4. Теорема Кантора — Бернштейна.
5. Теорема Кантора о неэквивалентности множества семейству его подмножеств.
6. Определение и примеры метрических пространств. Сходящиеся последовательности.
7. Свойства открытых и замкнутых множеств.
8. Непрерывные отображения.
9. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах.
10. Полные метрические пространства. Теорема Бэра.
11. Теорема о равномерной ограниченности последовательности функций.
12. Принцип сжимающих отображений.
13. Условия компактности в метрических пространствах.
14. Свойства функций непрерывных на компакте.
15. Линейные нормированные пространства.
16. Линейные непрерывные операторы и функционалы, ограниченность и непрерывность, норма.
17. Теорема Банаха — Штейнгауза.
18. Существование непрерывной функции с расходящимся рядом Фурье.
19. Полнота пространства линейных операторов. Сопряженные пространства.
20. Теорема Хана — Банаха.
21. Теорема Банаха об обратном операторе.
22. Гильбертовы пространства. Ортонормированные системы векторов.
23. Теорема об элементе наилучшего приближения. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля.
24. Дифференцирование в линейных нормированных пространствах. Производные Фреше и Гато. Примеры.
25. Необходимые и достаточные условия локального экстремума линейного функционала.
26. Вычисление первой и второй вариации функционала.
27. Простейшие вариационные задачи. Вывод уравнения Эйлера. Условие Лежандра.
28. Задача о брахистохроне.
29. Построение меры Лебега на квадрате. Основные свойства меры.
30. Измеримые функции и их свойства.
31. Определение и свойства интеграла Лебега для ограниченных, положительных неограниченных, функций произвольного знака.
32. Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега.
33. Полнота пространств  $L_p(A)$ .
34. Компактные операторы в банаховом пространстве. Свойства компактных операторов.
35. Компактность оператора Фредгольма в пространстве  $C[a, b]$  и в  $L_2[a, b]$ .
36. Симметричные операторы в гильбертовом пространстве. Условие симметричности оператора Фредгольма в пространстве  $L_2[a, b]$ .
37. Теорема Гильберта о спектральном разложении компактного симметричного оператора в гильбертовом пространстве и следствия из нее.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ.

### Основная литература

1. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Л. Крепкогорский - Казань : Издательство КНИТУ- 116 с. 2014 - ISBN 978-5-7882-1650-8.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216508.html>
2. Лекции по выпуклому и многозначному анализу [Электронный ресурс] / Арутюнов А.В - М. : ФИЗМАТЛИТ, 184 с. - ISBN . 2014 - ISBN 978-5-9221-1558-2.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115582.html>
3. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики [Электронный ресурс] : практикум / К.Г. Клименко, Е.А. Козловский, Г.В. Левицкая. - М.: Прометей, 107(1) с. 2014 - ISBN 978-5-7042-2529-4  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704225294.html>

### Дополнительная литература

1. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] / Колмогоров А.Н., Фомин С.В. - 7-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, - 572 с. 2009 - ISBN 978-5-9221-0266-7. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102667.html>
2. Функциональный анализ: метод. указания к практическим занятиям [Электронный ресурс] / Е.А. Власова, Е.Е. Красновский, И.К. Марчевский; под ред. В.С. Зарубина. - М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, - 77 [3] с. – 20094 -ISBN --.  
[http://www.studentlibrary.ru/book/bauman\\_0005.html](http://www.studentlibrary.ru/book/bauman_0005.html)
3. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи [Электронный ресурс]: Учеб. пособие / Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. - 3-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ - 256 с. 2011 - ISBN 978-5-9221-0992-5.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109925.html>

### Программное обеспечение и Интернет – ресурсы:

1. Пакет Microsoft Excel
2. Maple
3. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru/>
4. Математическая энциклопедия <http://allmath.com/>
5. Образовательные ресурсы – window.edu.ru/

## 8. МАТЕРИАЛЬНО–ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

- Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с автоматическим экраном.
- Лаборатория численных методов (405-3): 25 посадочных мест, 13 персональных компьютеров со специализированным программным обеспечением, мультимедийный проектор с экраном.
- Электронные учебные материалы на компакт-дисках.
- Доступ в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО 02.03.01 «Математика и компьютерные науки».

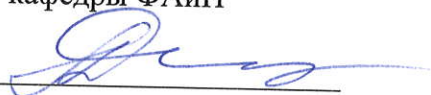
Автор: доцент. каф. ФАиПМ В.Д.Бурков

Рецензент (ы)

 *В.В. Кривошеина директор по маркетингу ЗАО «ТРОК-Сервис»*

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП протокол № 44 от 29.01.15 года.

Заведующий кафедрой - проф. Давыдов А.А.

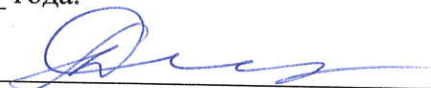


Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии

направления 02.03.01

протокол № 514 от 29.01.15 года.

Председатель комиссии



Программа переутверждена:

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_