

2015
2015

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по учебно-методической работе

А.А.Панфилов

« 29 » 01 2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Направление подготовки – 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Профиль подготовки – математические методы в экономике и финансах

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения – очная

Семестр	Трудоёмкость, (зач.ед./час.)	Лекций, час.	Практич. занятий, час.	Лаборат. работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачёт)
3	4 / 144	36	36	-	72	Зачёт с оценкой
4	5 / 180	36	18	-	81	Экз. (45 ч.)
Итого	9 / 324	72	54	-	153	Зачёт с оценкой, экзамен (45 часов)

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» — ознакомление с фундаментальными методами исследования динамики объектов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями. В результате изучения дисциплины обучающийся должен владеть аппаратом теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уметь применять его при анализе динамики реальных процессов, происходящих в природе и в обществе.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к базовой части программы подготовки бакалавров. Ее изучение позволяет обучающимся:

- применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- применять системный подход к анализу и синтезу сложных динамических систем;
- уметь строить математические модели объектов профессиональной деятельности;
- уметь использовать методы теории дифференциальных уравнений для анализа и систематизации информации по теме исследования.

Для освоения данной дисциплины обучающимся необходимо иметь теоретические знания и практические навыки по дисциплинам «Математический анализ» и «Линейная алгебра», иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией, уметь использовать инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации.

Основные понятия дисциплины необходимы при изучении таких дисциплин, как уравнения с частными производными, качественная теория динамических систем, математическое моделирование, экономико-математическое моделирование.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

знать: основные понятия и методы теории поля обыкновенных дифференциальных уравнений;

уметь: использовать фундаментальные знания в области дифференциальных уравнений в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1), математически корректно ставить естественнонаучные задачи (ПК-2), строго доказывать утверждение, формулировать результат, видеть следствия полученного результата (ПК-3);

владеть: методами теории дифференциальных уравнений на уровне, позволяющем использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач (ПК-5).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «Дифференциальные уравнения»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц, 324 часа.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
				Лекции	Семинары	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные	СРС	Исп/кур			
1	Основные понятия теории ОДУ. Примеры	3	1	2		2				4		2(50%)	
2	Интегрируемые типы ОДУ первого порядка	3	2	2		4				6		3(50%)	
3	Уравнения, допускающие понижение порядка	3	3	2		2				4		2(50%)	
4	Теорема существования и единственности решения задачи Коши	3	4	2						2		1(50%)	
5	Теория линейных систем ОДУ. Метод вариации постоянных. Формула Лиувилля-Остроградского	3	5-7	6		6				12		6(50%)	Рейтинг-контроль №1
6	Линейные ОДУ высших порядков. Метод вариации постоянных. Формула Лиувилля-Остроградского	3	8-9	4		4				8		4(50%)	
7	Пространство	3	10-	4		4				8		4(50%)	

	квазимногочленов. Метод подбора частного решения. Явление резонанса.		11								
8	Особые точки векторных полей на плоскости и их эквивалентность	3	12	2		2			4	2(50%)	Рейтинг-контроль №2
9	Многоточечные и краевые задачи	3	13-14	4		4			8	4(50%)	
10	Зависимость решений ОДУ от начальных данных. Уравнение в вариациях	3	15	2		4			6	3(50%)	
11	Зависимость решений ОДУ от параметра. Метод малого параметра	3	16	2		4			6	3(50%)	Рейтинг-контроль №3
12	Экономические модели, описываемые ОДУ	3	17-18	4					4	2(50%)	
	Итого за 3-й семестр:			36		36			72	36(50%)	зачёт с оценкой
13	Численные методы решения ОДУ	4	1-2	4					10	2(50%)	
14	Введение в теорию устойчивости по Ляпунову. Критерии устойчивости	4	3-7	10		6			22	8(50%)	Рейтинг-контроль №1
15	Устойчивость периодических решений и циклов	4	8-9	4		4			10	4(50%)	
16	Устойчивость линейных систем	4	10-11	4		2			10	3(50%)	Рейтинг-контроль №2
17	Уравнения с частными производными первого	4	12-15	8		6			16	7(50%)	

	порядка. Задача Коши									
18	Теорема о выпрямлении векторного поля и её применения (доказательство фундаментальных теорем теории ОДУ)	4	16-18	6				13	3(50%)	Рейтинг-контроль №3
	Итого за 4-й семестр:			36		18		81	27(50%)	экзамен (45 час.)
Всего				72		54		153	63(50%)	зачёт с оценкой; экзамен (45 час.)

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекции и практические занятия).
2. Обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек).
3. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений).
4. Проведение занятий с применением компьютерных презентаций (на усмотрение лектора и преподавателя).

Объём учебной работы с применением интерактивных методов в среднем составляет 50% общего объёма учебной работы.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: текущего контроля (контрольных работ, рейтинг – контролей); самостоятельной работы (типовых расчетов, курсовых работ и др.) и промежуточной аттестации (зачёта, зачета с оценкой или экзамена).

Публикуемые компоненты ФОС по каждому из двух семестров изучения дисциплины:

1. Полный список теоретических вопросов промежуточной аттестации (несменяемая часть).
2. Типовые формы текущего контроля (КР).
3. Типовые формы самостоятельной работы (ТР).

Для генерирования сменяемой части оценочных средств (задач), используются материалы библиотеки ВлГУ и указанных там же специальных сайтов.

Семестр 3:

Текущий контроль

Примерные задания к рейтинг-контролю №1 «Элементарные методы интегрирования уравнений первого порядка и уравнений, допускающих понижение порядка».

1. Решить уравнение $xy' \cos\left\{\frac{y}{x}\right\} = y \cos\left\{\frac{y}{x}\right\} - x$.

2. Решить задачу Коши $2(x+y^4)dy = ydx$, $y(0)=1$.
3. Решить уравнение $y' = xy - xy^3$.
4. Найти частный интеграл уравнения $(2x+y/x)dx + (\ln\{x\} - y^3)dy = 0$, удовлетворяющий условию $y(1)=1$.

Примерные задания к рейтинг-контролю №2 «Интегрирование линейных уравнений и систем высших порядков».

1. Найти общее решение, используя метод подбора: $y'' - 2y' - 3y = -4e^x + 3$.
2. Найти общее решение методом вариации: $y'' + y = -\frac{1}{\sin 2x} \sqrt{\sin 2x}$.
3. Решить задачу Коши: $y' = -2y + z - e^{2x}$, $z' = -3y + 2z + 6e^{2x}$ ($y(0)=z(0)=1$).
4. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение (возможно более низкого порядка) с постоянными коэффициентами, для которого функция $y_1 = xe^x \cos 2x$ - частное решение.

Примерные задания к рейтинг-контролю №3 «Зависимость решений ОДУ от начальных данных и параметров».

1. При $y(0) = 0$, $y'(0) = 1 + \mu$, найти $\frac{\partial y}{\partial \mu}$ при $\mu = 0$, если $y'' - 3y + \sin(\mu y) = \mu x$.
2. При $y(2) = y_0$ найти $\frac{\partial y}{\partial y_0}$ при $y_0 = 0$, если $y' - y = 2y^2 + 4xy^3$.
3. При $x(0) = y(0) = 0$ найти $\frac{\partial y}{\partial \mu}$ при $\mu = 0$, если $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = 1 + 10\mu y \\ \dot{y} = 2tx^2 \end{array} \right.$.
4. Решить краевую задачу $y'' = 4y + 2$, $y(0) = 1$, $y(x)$ ограничено при $x \rightarrow +\infty$.

Промежуточная аттестация в форме зачёта с оценкой

Вопросы к зачёту с оценкой

1. Метод изоклин. Уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными и однородные. Пример неединственности решения задачи Коши.
2. Интегрирование линейных уравнений 1-го порядка и уравнений Бернулли.
3. Односвязные области. Уравнения в полных дифференциалах.
4. Неполные уравнения. Методы понижения порядка.
5. Условие Липшица. Связь липшицевости и дифференцируемости.
6. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности её решения.
7. Система линейных уравнений первого порядка. Пространство решений линейной однородной системы. Фундаментальная система решений.
8. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского для решений однородной системы линейных уравнений первого порядка.
9. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородной системы линейных уравнений первого порядка.
10. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Сведение к системе уравнений первого порядка. Задача Коши, теорема существования и единственности её решения.
11. Пространство решений линейного однородного уравнения порядка n . Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского.
12. Метод вариации произвольных постоянных для линейного неоднородного уравнения высшего порядка.
13. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения с постоянными вещественными коэффициентами.
14. Пространство квазимногочленов. Метод подбора частного решения.
15. Классификация линейных векторных полей на плоскости. Бифуркационная диаграмма.
16. Краевая задача. Теорема об альтернативе.

17. Действие диффеоморфизма на векторное поле. Теорема о выпрямлении векторного поля.
18. Дифференцируемая зависимость решения задачи Коши от начальных данных. Вычисление производной решения задачи Коши по начальным данным. Уравнение в вариациях.
19. Дифференцируемая зависимость решения задачи Коши от параметров. Вычисление производной решения задачи Коши по параметру. Метод малого параметра.

Самостоятельная работа в форме типового расчета

Задания к типовому расчету

1. Проинтегрировать уравнения 1-го порядка (с разделяющимися переменными, однородное, линейное, Бернулли, в полных дифференциалах).
2. Построить общее решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами методом вариации постоянных.
3. Построить общее решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью методом подбора.
4. Решить систему линейных уравнений.
5. Решить линейную краевую задачу.
6. Найти производную решения задачи Коши по параметру; по начальному данному.

Семестр 4:

Текущий контроль

Примерные задания к рейтинг-контролю №1 «Основы математической теории устойчивости».

1. Пользуясь определением устойчивости по Ляпунову, выяснить устойчивость решения задачи Коши $x_t + (2t+1)x' = 0$, $x(0) = 1$.
2. По теореме об устойчивости по 1-му приближению исследовать устойчивость нулевого решения системы $\dot{x} = y \operatorname{tg} \{x\} - x - y$, $\dot{y} = -2 \ln(1+x+y^2) - 3y$.
3. При каких значениях параметров a и b асимптотически устойчиво нулевое решение системы $\dot{x} = x - 2 \sin \{ay\} + x^3$, $\dot{y} = -2e^{\{bx\}} - 3y + 2$.
4. Пользуясь известными условиями гурвицевости полинома, исследовать асимптотическую устойчивость нулевого решения уравнения $y^{(5)} + y^{(4)} + 6y''' + 4y'' + 8y' + 3y = 0$.
5. Начертить на плоскости Oxy эскиз траекторий системы вблизи точки $(0,0)$ и с помощью функции Ляпунова либо Четаева исследовать устойчивость нулевого решения системы $\dot{x} = \sin \{x\}$, $\dot{y} = x + y^3$.

Примерные задания к рейтинг-контролю №2 «Элементы качественного анализа динамических систем».

1. Для заданного линейного векторного поля изобразить фазовый портрет вблизи особой точки $(0;0)$. Определить тип особой точки.
2. Определить тип особой точки заданного нелинейного векторного поля.

Примерные задания к рейтинг-контролю №3 «Уравнения с частными производными первого порядка».

1. Методом характеристик построить общее решение линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка.

2. Методом характеристик построить интегральную поверхность линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка, проходящую через данное начальное многообразие.

Для выдачи конкретных заданий используются материалы сборника: Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс]/ В.К. Романко [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012.— 222 с.

Промежуточная аттестация в форме экзамена

Вопросы к экзамену

1. Понятие (асимптотической) устойчивости по Ляпунову. Редукция к анализу устойчивости нулевого решения.
2. Теорема об устойчивости положения равновесия однородной автономной системы по первому приближению.
3. Знакопостоянные и положительно (отрицательно) определённые функции. Производная вдоль векторного поля. Первая теорема Ляпунова.
4. Функции с бесконечно малым высшим пределом. Вторая теорема Ляпунова.
5. Теорема Четаева.
6. Устойчивые многочлены. Теорема Стодолы. Сохранение гурвицевости при замене z на $1/z$.
7. Матрица Гурвица. Критерий Рауса-Гурвица. Примеры.
8. Годограф Михайлова. Критерий Эрмита-Михайлова. Примеры.
9. Уравнения с периодической правой частью. Отображение за период. Устойчивость периодических решений.
10. Отображение последования (Пуанкаре). Лестница Ламерея. Анализ устойчивости периодических решений (циклов) автономных векторных полей.
11. Модель Мальтуса. Радиоактивный распад. Логистическая модель.
12. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка (характеристики, теорема об общем решении, локальная теорема существования и единственности решения задачи Коши).
13. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка (характеристики, построение общего решения).
14. Существование и единственность решения задачи Коши для квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка. Метод построения решения задачи Коши.
15. Нелинейные уравнения в частных производных первого порядка.

Типы экзаменационных задач совпадают с типами задач для рейтинг-контролей (см. выше).

Самостоятельная работа в форме типового расчета

Задания к типовому расчету

1. Пользуясь определением устойчивости по Ляпунову, выяснить устойчивость решения задачи Коши.
2. По теореме об устойчивости по 1-му приближению исследовать устойчивость нулевого решения системы.
3. Пользуясь известными условиями гурвицевости полинома, исследовать асимптотическую устойчивость нулевого решения уравнения.
4. Начертить на плоскости $\$Oxy\$$ эскиз траекторий системы вблизи точки $\$(0,0)\$$ и с помощью функции Ляпунова либо Четаева исследовать устойчивость нулевого решения системы.

5. Для заданного линейного векторного поля изобразить фазовый портрет вблизи особой точки $(0;0)$. Определить тип особой точки.
3. Определить тип особой точки заданного нелинейного векторного поля.
4. Методом характеристик построить общее решение линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка.
5. Методом характеристик построить интегральную поверхность линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка, проходящую через данное начальное многообразие.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «Дифференциальные уравнения»

Основная литература:

1. Дифференциальные уравнения. Практикум [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.А. Альсевич [и др.]. - Минск: Выш. шк., 2012. – 382 с.
2. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] / Романко В.К. - М.: БИНОМ, 2013.
3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] / В.К. Романко [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. — 222 с.

Дополнительная литература:

1. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / И.Г. Петровский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 206 с.
2. Минюк, С.А. Дифференциальные уравнения и экономические модели [Электронный ресурс] : учеб. пособие / С.А. Минюк, Н.С. Берёзкина. - Минск: Выш. шк., 2007. - 141 с.
3. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: учеб. пособие А.П.Ряпушко и др. Электронно-текстовые данные. - Минск: Высшая школа, 2014. - 397 с.

Периодические издания:

1. Журнал «Успехи математических наук» РАН.
2. Журнал «Автоматика и телемеханика» РАН.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/> (Мир математических уравнений)
2. <http://www.mathnet.ru/> (общероссийский математический портал).



8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) «Дифференциальные уравнения»



Стандартная лекционная аудитория с доской для письма мелом или маркером.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки».

Рабочую программу составил Комаров М.А. 
(ФИО, подпись)

Рецензент (представитель работодателя) - директор по маркетингу ЗАО «Инвестиционная фирма «ПРОК-Инвест»  / Крисько О.В. /

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры _____
Протокол № 4А от 29.01.15 года
Заведующий кафедрой  
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки».
Протокол № 5/1 от 29.01.15 года
Председатель комиссии  
(ФИО, подпись)

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____