

2013/14

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ
 Проректор
 по учебно-методической работе
 _____ А.А.Панфилов
 « 29 » 01 _____ 2015г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ТЕОРИЯ КОДИРОВАНИЯ»

Направление подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Профиль/программа подготовки - «Математическое моделирование в экономике и финансах»

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения - очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
8	3/108	26	—	26	56	зачет с оценкой
Итого	3/108	26	—	26	56	зачет с оценкой

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины (модуля) является изучение методов кодирования информации в системах связи и вычислительных системах, позволяющие осуществить хранение, преобразование и передачу информации с большой надежностью и достаточно малой избыточностью. В задачи курса входят:

- изучение основ современной теории кодов;
- знание и понимание математических основ проблемы передачи данных по каналам связи с помехами;
- формирование навыков определения расстояния и веса кодового слова, кодирования и декодирования линейных и циклических кодов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Теория кодирования» относится к дисциплинам по выбору вариативной части основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки». Для усвоения данной дисциплины необходимы знания следующих дисциплин: «Численные методы», «Математический анализ», «Фундаментальная и компьютерная алгебра», «Теория вероятностей и математическая статистика».

Знания, полученные в результате освоения дисциплины, могут использоваться при выполнении выпускной квалификационной работы.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Теория кодирования» направлен на формирование следующих компетенций:

№ п/п	Название компетенции	Индекс
Профессиональные компетенции (ПК)		
1.	способностью строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата;	ПК-3
2.	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач;	ПК-5

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные коды, применяющиеся при кодировании информации.

Уметь: применить теорию кодирования для решения практических задач.

Владеть: практическими навыками кодирования для повышения надежности цифровых вычислительных систем.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	Введение в теорию кодирования	8	1	2		2	-	4	-	2/50%	
2	Линейные коды	8	2	2		2	-	4	-	2/50%	
3	Декодирование	8	3	2		2	-	4	-	2/50%	рейтинг-контроль №1
4	Теорема Шеннона	8	4	2		2	-	4	-	2/50%	
5	Групповые коды	8	5	2		2	-	4	-	2/50%	
6	Циклические коды	8	6	2		2	-	4	-	2/50%	
7	Эффективное	8	7	2		2	-	4	-	2/50%	

	кодирование информации										
8	Арифметическое кодирование	8	8	2	4	-	6	-	4/67%	рейтинг-контроль №2	
9	Словарные методы сжатия информации. Методы Лемпела-Зива	8	9	2	4	-	6	-	4/67%		
10	Сжатие информации с потерями	8	10-11	4	-	-	6	-	0/0		
11	Основы теории защиты информации	8	12-13	4	4	-	10	-	4/50%	рейтинг-контроль №3	
Всего		8	13	26	26	-	56	-	26/50%	зачет с оценкой	

Содержание разделов учебной дисциплины.

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1	Введение в теорию кодирования	Основные понятия и определения теории кодирования. Двоичный симметричный канал связи.
2	Линейные коды	Линейные коды. Границы объемов кодов. Код Хэмминга и его свойства. Способы построения новых кодов.
3	Декодирование	Декодирование двоичных кодов. Декодирование линейного кода. Вероятность ошибки декодирования.
4	Теорема Шеннона	Необходимые понятия. Свойства энтропии. Теорема Шеннона для кодирования в двоичном симметричном канале связи с шумом.
5	Групповые коды	Коды с исправлением и обнаружением ошибок. Последовательные коды и их применение на практике. Матричное кодирование.
6	Циклические коды	Определение и свойства. порождающий многочлен. Кодирование циклических кодов. Проверочный многочлен. Декодирование циклических кодов. Минимальный многочлен и его свойства. Число циклических кодов..
7	Эффективное кодирование информации	Понятие сжатия информации. Теорема о кодировании без помех. Метод блокирования. Математическое обоснование метода Шеннона –Фэно.
8	Арифметическое кодирование	Сущность арифметического кодирования. Сравнение арифметического кодирования с другими методами кодирования. Адаптивные алгоритмы сжатия информации, адаптивное арифметическое кодирование.
9	Словарные методы сжатия информации. Методы Лемпела-Зива	Математическая основа, преимущества и недостатки алгоритмов сжатия LZSS ,LZ77, LZ78, LZW. Применение алгоритмов в архиваторах.
10	Сжатие информации с потерями	Понятие сжатия информации с потерями. Технологии сжатия звука, видео, графики.
11	Основы теории защиты информации	Понятие криптографии. Ее свойства и методы шифрования. Криптосистема без передачи ключей и криптосистема с открытым ключом. Электронная подпись. Стандарт шифрования DES.

Темы практических занятий

1. Линейные коды. Кодирование и декодирование. Общие свойства линейных кодов. Теорема о связи проверочной и порождающей матриц. Теорема Глаголева.
2. Границы объема кода: граница Синглтона, граница Хэмминга, граница Варшамова-Гилберта. Оценки мощностей кодов, теоремы Джонсона.
3. Методы построения новых кодов из заданных. Комбинирование кодов. Теорема Плоткина. Каскадная конструкция.
4. Совершенные коды. Теорема о существовании совершенных кодов. Коды Хемминга над $GF(q)$, способы задания, кодирование, декодирование, единственность.
5. Группа автоморфизмов кода Хэмминга. Конструкции совершенных кодов: свитчинговые (коды Васильева, Моллара, конструкция α -компонент), каскадные (коды Зиновьева, Соловьевой, Фелпса).
6. Оценки числа совершенных кодов. Общие свойства совершенных кодов, теоремы Шапиро и Злотника, группа автоморфизмов совершенных кодов. Связь совершенных кодов с блок схемами, конструкция Ассмуса и Маттсона.
7. Циклические коды. Кольцо многочленов над полем Галуа. Определение циклического кода.

8. Теорема о необходимом и достаточном условии существования циклического кода с порождающим многочленом $g(x)$.

9. Кодирование и декодирование циклических кодов. Коды Хэмминга, коды Боуза-Чоудхури-Хоквингема (БЧХ-коды), коды Рида-Соломона, коды Юсгесена.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек);
3. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций);
4. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

В активной и интерактивной формах проводятся 50% аудиторных занятий.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: текущего контроля (контрольных работ, рейтинг – контролей); самостоятельной работы (типовых расчетов, курсовых работ и др.) и промежуточной аттестации (зачёта, зачета с оценкой или экзамена).

Текущий контроль в форме рейтинг -контроля Рейтинг-контроль № 1

1. Кодовое расстояние линейных кодов. Доказать, что для любого линейного кода C имеем

$$d(C) = \min_{\substack{\alpha \in C \\ \alpha \neq 0}} \|\alpha\|.$$

2. Если G и H — порождающая и проверочная матрицы линейного $[n, k, d]_q$ -кода, то $HG^T = \mathbf{0}^{(n-k) \times k}$.

3. Связь кодового расстояния и проверочной матрицы. Доказать, что линейный код, определяемый проверочной матрицей H , имеет расстояние d т. и т.т., когда любые $(d - 1)$ столбцов H линейно независимы, и найдутся d линейно зависимых столбцов в H .

4. Теорема. (Р.Р. Варшамов, E.N. Gilbert). Пусть натуральные числа n, k, d' таковы,

что

$$\sum_{j=0}^{d'-1} \binom{n-1}{j} < 2^{n-k}.$$

Тогда существует $[n, k, d]$ -код, где $d > d'$.

5. Граница Синглтона для линейных кодов. Доказать, что для любого $[n, k, d]_q$ -кода выполнено неравенство $k \leq n - d + 1$.

6. Теорема об остаточном коде. (G. Solomon, J.J. Stiffler). Доказать, что если существует $[n, k, d]_q$ -код, то существует и $[n - d, k - 1, d']_q$ -код, где $d' \geq d/q$.

7. Теорема. (J.H. Griesmer, G. Solomon, J.J. Stiffler). Доказать, что для любого $[n, k, d]_q$ -кода

$$n \geq \sum_{i=0}^{k-1} \left\lceil \frac{d}{q^i} \right\rceil.$$

8. Лемма о «результативном бите». Пусть $c > \frac{\alpha d}{d}$, и C — код, построенный на основе $(n, m, \Delta, \alpha, c)$ -расширителя. Пусть $a' \in C$, но при этом $d(a, a') \leq \alpha n$ для некоторого $a \in C$. Тогда в a' найдётся бит, обращение которого на противоположный строго уменьшает число невыполненных для a' уравнений. (Имеются в виду уравнения, построенные по графу-расширителю.)

Рейтинг-контроль № 2.

1. Доказать, что любой циклический код $C \subseteq \mathbb{F}[x]/(x^n - 1)$ может быть представлен в виде

$$\{f \cdot g \mid f \in \mathbb{F}[x]/(x^n - 1)\}$$

для некоторого фиксированного многочлена g .

2. Доказать, что нормногочлен $g \in \mathbb{F}[x]/(x^n - 1)$ может быть порождающим многочленом циклического кода т. и т.т., когда он является делителем $(x^n - 1)$ в кольце $\mathbb{F}[x]$.

3. Доказать, что если порождающий многочлен циклического кода $C \subseteq \mathbb{F}_q[x]/(x^n - 1)$ имеет вид

$$c_0 + c_1x + \dots + c_{\alpha-1}x^{\alpha-1} + x^\alpha,$$

и если рассматривать C как подпространство \mathbb{F}_q^n , то

$\dim C = n - \alpha$ и порождающая

матрица

кода имеет вид

$$G := \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_{\alpha-1} & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & c_0 & c_1 & \dots & c_{\alpha-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & c_0 & c_1 & \dots & c_{\alpha-1} & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Показать, что у любого циклического кода существует порождающая матрица канонического вида, то есть любой циклический код допускает систематическое кодирование и сам код допускает систематическое кодирование; не нужно переходить к эквивалентному коду.

5. Пусть проверочный многочлен циклического кода $C \subseteq \mathbb{F}[x]/(x^n - 1)$ имеет вид $h_0 + h_1x + \dots + h_{n-\alpha}x^{n-\alpha}$.

Доказать, что если рассматривать C как обычный линейный код, то его проверочная матрица будет иметь вид

$$\begin{pmatrix} h_{n-\alpha} & \dots & h_1 & h_0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & h_{n-\alpha} & \dots & h_1 & h_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & h_{n-\alpha} & \dots & h_1 & h_0 \end{pmatrix}$$

6. Формула Вандермонда. Доказать, что

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_r \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_1^{r-1} & \lambda_2^{r-1} & \dots & \lambda_r^{r-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \leq i < j \leq r} (\lambda_j - \lambda_i).$$

7. Теорема. (А.Носсвенгем'1959, Р.С. Бозе&Д.К. Рай-Чоудхури'1960). Пусть λ — примитивный элемент \mathbb{F}_q , и $\delta \leq q$. Пусть порождающий многочлен g кода $C \subseteq \mathbb{F}_q^n$ таков, что в \mathbb{F}_q среди его корней есть числа $\lambda^b, \lambda^{b+1}, \dots, \lambda^{b+\delta-2}$. Доказать, что $d(C) \geq \delta$.

Рейтинг-контроль № 3

1. Постановка задачи построения кода с минимальной избыточностью. Теорема. (L.G. Kraft, В. McMillan). Пусть l_1, \dots, l_n — длины слов однозначного кода в алфавите \mathbb{B} , где $|\mathbb{B}| = q$. Доказать выполнение неравенства

$$\sum_{i=1}^n q^{-l_i} \leq 1.$$

2. Пусть натуральные числа l_1, \dots, l_n и q таковы, что $\sum_{i=1}^n q^{-l_i} \leq 1$. Доказать, что существует префиксный код B_1, \dots, B_n в q -значном алфавите, такой, что $|B_i| = l_i$.

3. Теорема «о редукции». (D.A. Huffman). Пусть $p_1 \geq \dots \geq p_{n-1} \geq p_n$ и $p := p_{n-1} + p_n$. Доказать, что если $B_1, \dots, B_{n-2}, B \in \{0,1\}^*$ — префиксный к.м.и. для частот p_1, \dots, p_{n-2}, p , то $B_1, \dots, B_{n-2}, B0, B1$ — префиксный к.м.и. для частот p_1, \dots, p_n .

4. Теорема. (R.W. Hamming). Показать, что для любого $(n, M, d)_q$ -кода имеем

$$M \leq \frac{q^n}{|S_{\lfloor (d-1)/2 \rfloor}(\mathbf{0})|}$$

В двоичном случае

$$M \leq \frac{2^n}{\sum_{k=0}^{\lfloor (d-1)/2 \rfloor} \binom{n}{k}}$$

5. Теорема. (R.C. Singleton). Доказать, что для любого $(n, M, d)_q$ -кода имеем $M \leq q^{n-d+1}$.

6. Теорема. (M. Plotkin). Пусть $nr < d$, где $r := 1 - \frac{1}{q}$. Доказать, что для любого $(n, M, d)_q$ -кода имеем $M \leq \left\lfloor \frac{d}{d-nr} \right\rfloor$.

7. Теорема. (P. Elias, Л.А. Бассальго). Доказать, что для любого $(n, M, d)_2$ -кода, где $d \leq n/2$, выполнено неравенство

$$M \leq \frac{n2^n}{|S_{\lfloor \tau n - 1 \rfloor}|}$$

где $\tau = \frac{1 - \sqrt{1 - 2d}}{2}$, $\delta = \frac{d}{n}$. Через $S_{\lfloor \tau n - 1 \rfloor}$ мы сокращённо обозначаем шар $S_{\lfloor \tau n - 1 \rfloor}(\mathbf{0})$.

Промежуточная аттестация в форме зачета с оценкой

Вопросы к зачету с оценкой:

1. Характеристики непрерывной и дискретной информации. Принципы хранения, измерения, обработки и передачи информации. Схема передачи информации.

2. Кодирование. Способы измерения информации. Вычисление энтропии дискретной величины.

3. Линейные коды, их структура. Порождающая и проверочная матрица. Вес кодового вектора, связь с минимальным расстоянием.

4. Граница Синглтона, коды с максимальным минимальным расстоянием. Теорема о минимальном расстоянии и проверочной матрице линейного кода.

5. Синдромы, синдромное декодирование. Групповая структура линейного кода, оценки для минимального расстояния, полный и неполный декодер. Систематическое кодирование.

6. Циклические коды, определение. Описание циклического кода, как идеала кольца многочленов. Порождающий многочлен, определение и критерий. Проверочный многочлен, критерий принадлежности многочлена коду.

7. Несистематическое и систематическое кодирование. Пример циклического кода, исправляющего две ошибки, кодирование и декодирование.

8. Свойства порождающего многочлена в примитивном случае: сопряженные корни и вид неприводимого многочлена. Порождающая и проверочная матрица циклического кода.

9. Критерий принадлежности многочлена циклическому коду с использованием корней порождающего многочлена, матричная запись. Свойства порождающего многочлена в непримитивном случае.

10. Понятие о сжатии данных. Теорема о кодировании при отсутствии помех. Математическое обоснование метода Шеннона-Фэно.

11. Подстановочные алгоритмы сжатия информации. Арифметическое кодирование. Метод блокирования для повышения степени сжатия информации. Сравнение алгоритмов по степени сжатия.

12. Особенности программ-архиваторов. Сжатие информации с потерями. Стандарты сжатия. Применение последовательных кодов на практике.

13. Матричное кодирование. Криптосистемы без передачи ключей. Криптосистемы с открытыми ключами. Понятие криптостойкости.

Самостоятельная работа студентов (СРС)

Вопросы для самостоятельной работы:

1. Характеристики информационного канала связи: скорость создания информации, скорость передачи информации, пропускная способность канала связи. Их вычисление для дискретного канала без помех.

2. Вычисление скорости передачи информации пропускной способности дискретного канала связи при наличии помех. Найти пропускную способность симметричного бинарного канала связи с вероятностью неправильной передачи равной p . При каком значении p пропускная способность канала равна нулю?

3. Теорема Котельникова. Вычисление пропускной способности непрерывного канала связи (формула Шеннона).

4. Понятие кода. Равномерные и неравномерные коды, префиксные коды, блочные коды, бинарные коды, блочное кодирование, кодовая комбинация, ее вес и значность, значность равномерного кода, основание кода, кодовое дерево, расстояние Хемминга, кодовое расстояние.

5. Теорема Шеннона для канала без помех. Эффективное кодирование (сжатие информации). Методы эффективного кодирования: Шеннона – Фано и Хаффмена.

6. Теорема Шеннона для канала с помехами. Понятие о помехоустойчивых (корректирующих) кодах, вектор ошибки.

7. Построение систематических (n, m) кодов с заданным кодовым расстоянием d : 1) Определение подходящего n при заданных m и d ; 2) построение производящей матрицы и кода; 3) кодовая таблица; 4) построение проверочной (исправляющей матрицы); 5) синдром ошибки для полученной кодовой комбинации. Три метода декодирования для систематических кодов: общий, проверка на четность, с помощью синдрома ошибки.

8. Построить систематический код исправляющий одиночные ошибки. Опишите методы декодирования, приведите примеры.

9. Совершенные коды Хемминга: построение, декодирование, примеры.

10. Бинарные циклические (n, m) коды, исправляющие все одиночные ошибки: 1) выбор n при фиксированном m из оценки Плоткина; 2) выбор производящего многочлена

(как по нему строятся производящая и проверочные матрицы)?; 3) алгоритм кодирования; 4) алгоритмы декодирования. Какие особенности циклического кода? Как реализуется циклический сдвиг?

11. Арифметические AN коды: построение и декодирование.
12. Самодополняющиеся арифметические AN+b коды: построение и декодирование.
13. Каким должно быть A и число кодируемых символов m, чтобы бинарный арифметический AN код исправлял все одиночные ошибки?
14. Метод блокирования для повышения степени сжатия информации.
15. Сравнение алгоритмов по степени сжатия.
16. Особенности программ-архиваторов
17. Стандарты сжатия
18. Применение последовательных кодов на практике.
19. Понятие криптостойкости
20. Формат PDF для электронных книг.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература.

Универсальное кодирование. Теория и алгоритмы [Электронный ресурс]/ Штарьков Ю.М. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2013
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115179.htm>

Многопороговые декодеры и оптимизационная теория кодирования [Электронный ресурс] / Под ред. академика РАН В.К. Левина. - М. : Горячая линия - Телеком, 2012. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785991202350.html>

Акулиничев Ю.П. Теория и техника передачи информации: учебное пособие, Томск: Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники.-210 с. 2012. <http://www.iprbookshop.ru/13984>.

Дополнительная литература.

Теория кодирования. [Электронный ресурс] / Сидельников В.М. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109437.html>

Кодирование и передача речи в цифровых системах подвижной радиосвязи [Электронный ресурс]: Учебное пособие для вузов/Рихтер С.Г. - М. : Горячая линия - Телеком, 2009. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785991201162.html>

Балюкевич Э.Л. Теория информации [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Балюкевич Э.Л.— Электрон. текстовые данные.— М.: Евразийский открытый институт, 2009.— 215 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10863>

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для проведения лабораторных занятий предназначена специализированная лаборатория, позволяющая проводить мультимедийные занятия.

Для выполнения лабораторных работ используется класс компьютеров, с программным обеспечением: язык программирования C++; Microsoft Office Word для оформления отчетов.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» и профилям подготовки бакалавров «Математика и компьютерные науки».

Автор: профессор каф. АиГ Дубр Дубровин Н.И.

Рецензент: директор по маркетингу ЗАО Инвестиционная фирма «ПРОК-Инвест» О.В.Крисько О.В.Крисько.

Программа одобрена на заседании каф. АиГ

Протокол № 3 от 29.01.15 г.

Зав. кафедрой АиГ Дубр Дубровин Н.И.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления «Математика и компьютерные науки»

протокол № 4д от 29.01.2015 года

Председатель комиссии А.А.Давыдов А.А.Давыдов

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____