

2014

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ
 Проректор
 по учебно-методической работе

_____ А.А.Панфилов
 « 30 » 01 _____ 2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ»

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки
 Профиль/программа подготовки - Математические методы в экономике и финансах
 Уровень высшего образования - бакалавриат
 Форма обучения - очная

Семестр	Трудоем- кость зач. ед, час.	Лекций, час.	Практичес- ких занятий, час.	Лабора- торных работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
4	4/144	36	36	-	36	экз. (36 ч.)
Итого	4/144	36	36	-	36	экз.(36 ч.)

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» имеет своей целью:

- знакомство с фундаментальными понятиями и положениями дисциплины,
- формирование геометрического мышления,
- знакомство с аналитическими методами исследования геометрических объектов,
- демонстрация органичности сочетания методов различных математических дисциплин (математического анализа, дифференциальных уравнений, аналитической геометрии и алгебры) при исследовании геометрических объектов,
- формирование представлений о возможностях применения геометрических методов к исследованию объектов профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО БАКАЛАВРИАТА

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» относится к базовой части подготовки бакалавра по направлению "Математика и компьютерные науки".

Ее изучение позволит обучающимся

- применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- уметь строить математические модели объектов профессиональной деятельности.

Для освоения данной дисциплины обучающимся необходимо иметь теоретические знания и практические навыки по дисциплинам «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения» иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией.

Основные понятия дисциплины используются при изучении других разделов математики, ряда естественнонаучных и специальных дисциплин: компьютерной геометрии; геометрического моделирования, теоретической механики.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать:

Готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1)

Способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2)

Способностью к проведению методических и экспериментальных работ в области математики (ПК-11)

знать - свойства объектов данной области математики и иметь представление о сфере приложения методов дифференциальной геометрии и топологии;

уметь - свободно оперировать основными понятиями дисциплины, формулировать геометрическую задачу на алгебраическом языке и дать геометрическую интерпретацию полученного алгебраического решения;

владеть - аналитическим аппаратом дифференциальной геометрии.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах/ %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Семинары	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные	СРС	КП / КР		
1	Кривые на плоскости и в пространстве. Длина кривой. Натурально параметризованные кривые.	4	1	2		2				2	1 (25%)	
2	Сопровождающий трехгранник, формулы Френе, кривизна, кручение.	4	3	4		4				4	2 (25%)	
3	Параметрическое задание поверхности, первая квадратичная форма	4	5	4		4				5	2 (25%)	РК 1
4	Главные направления и главные кривизны. Вторая квадратичная форма, средняя и гауссова кривизны. Классификация точек на поверхности.	4	7	6		6				6	3 (25%)	
5	Деривационные формулы, символы Кристоффеля. Уравнения Гаусса – Петерсона– Кодацци.	4	9	4		3				3	3 (43%)	
6	Ковариантная производная и параллельный перенос векторного поля вдоль кривой на поверхности. Геодезические	4	11	6		6				6	3 (25%)	РК 2
7	Топологическое пространство. Связность, компактность, отделимость.	4	13	4		4				4	2 (25%)	
8	Непрерывные отображения, гомеоморфизм. Фактортопология.					3					2 (40%)	

	Склеивание. Топологическое многообразие.	4	15	2				3			
9	Гладкое многообразие. Примеры.	4	17	4		4		4		2 (25%)	РК 3
Итого:				36		36		36		20 (28%)	экзамен 36 ч.

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

Раздел 1. Гладкие кривые. Параметрические уравнения кривой, касательная к кривой, длина кривой, натуральная параметризация.

Сопровождающий трехгранник кривой, формулы Френе.

Кривизна, кручение; теорема о существовании и единственности кривой с заданными кривизной и кручением.

Раздел 2. Поверхности в трехмерном евклидовом пространстве. Неявное задание и параметрические уравнения поверхности. Поверхности вращения, линейчатые поверхности.

Касательная плоскость, первая квадратичная форма, длина кривой на поверхности, площадь области, изометрия, понятие о внутренней геометрии поверхности.

Кривизна нормальных сечений, формула Эйлера, главные направления и главные кривизны, линии кривизны. Вторая квадратичная форма, средняя и гауссова кривизны поверхности, их геометрический смысл. Нормальная и геодезическая кривизна линии на поверхности.

Сопровождающий трехгранник, деривационные формулы, символы Кристоффеля. Уравнения Гаусса – Петерсона - Кодацци. Теорема Бонне.

Векторное поле. Абсолютный дифференциал векторного поля. Ковариантная производная.

Параллельный перенос вектора по поверхности. Уравнение параллельного переноса.

Геодезические линии на поверхности: уравнения геодезических, их основные свойства.

Раздел 3. Топология. Топология на множестве, топологическое пространство, база топологии. Сравнение топологий. Открытые и замкнутые множества. Индуцированная топология, подпространства. Связность, компактность, аксиомы отделимости. Метрические пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Гомеоморфизм. Фактор-топология; склеивание.

Раздел 4. Многообразия. Топологические многообразия, атлас карт, функции замены координат. Гладкие многообразия, примеры (кривые и поверхности, задание многообразия системой уравнений, проективное пространство, матричные группы преобразований).

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек);
3. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций);

4. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).
6. Технологии дистанционного обучения (создан сайт дистанционного обучения, размещённый в центре дистанционных технологий ВлГУ).

В активной и интерактивной формах проводятся 28% аудиторных занятий.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: контрольных работ, рейтинг –контролей, типовых расчетов и итогового контрольного мероприятия - зачёта или экзамена.

Текущая аттестация в форме рейтинг - контроля.

Рейтинг-контроль 1 «Кривые»

Контрольная работа к рейтинг-контролю №1

Типы задач

1. Найти касательную к кривой, нормальную плоскость.
2. Вычислить натуральный параметр.
3. Найти кривизну кривой.
4. Найти кручение кривой.
5. Построить сопровождающий трехгранник Френе.

Рейтинг-контроль 2 «Поверхности»

Контрольная работа к рейтинг-контролю №2

Типы задач

1. Найти касательную плоскость и нормаль к поверхности.
2. Найти 1-квадратичную форму поверхности.
3. Вычислить угол между кривыми на поверхности двумя способами. Сравнить результат.
4. Найти 2-ю квадратичную форму поверхности.
5. Найти главные кривизны, гауссову и среднюю кривизны.

Рейтинг-контроль 3 «Тензорный анализ. Аффинные связности»

Контрольная работа к рейтинг-контролю №3

Типы задач

1. Тензоры. Операции с тензорами.
2. Внешний и внутренний дифференциалы.
3. Производная Ли.
4. Связности, параллельный перенос.
5. Связность, согласованная с метрикой.

Промежуточная аттестация в форме экзамена.

Вопросы к экзамену

1. Понятие кривой. Способы задания кривой. Гладкие и регулярные кривые.

2. Касательная к кривой. Длина дуги кривой. Натуральная параметризация.
3. Кривизна гладкой кривой. Вычисление, геометрический смысл.
4. Бирегулярная кривая. Репер Френе и сопровождающий трехгранник Френе
5. Кручение кривой. Вычисление, геометрический смысл.
6. Формулы Френе для плоской и пространственной кривой.
7. Определение регулярной кривой её кривизной и кручением (формулировка теоремы и идея доказательства). Натуральные уравнения кривой.
8. Простая поверхность. Координатная сеть. Замена координат на простой поверхности.
9. Примеры поверхностей (общая поверхность вращения, сфера, тор, прямой геликоид, линейчатая поверхность, цилиндрическая и коническая поверхности)
10. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
11. Первая квадратичная форма поверхности. Первая квадратичная форма графика функции $z = f(x, y)$ и поверхности вращения.
12. Вычисление длин, углов и площадей на поверхности.
13. Нормальная кривизна поверхности. Вторая квадратичная форма. Вторая квадратичная форма графика функции $z = f(x, y)$ и поверхности вращения.
14. Главные направления и главные кривизны поверхности. Формула Эйлера.
15. Гауссова и средняя кривизны. Формулы для гауссовой и средней кривизны графика функции $z = f(x, y)$ и поверхности вращения.
16. Классификация точек поверхности.
17. Линии кривизны. Дифференциальное уравнение линий кривизны.
18. Нормальная и геодезическая кривизна кривой на поверхности.
19. Асимптотические направления. Асимптотические линии. Дифференциальное уравнение асимптотических линий.
20. Деривационные формулы.
21. Коэффициенты связности. Закон их преобразования.
22. Формулы Гаусса и Петерсона – Кодацци.
23. Теорема Бонне.
24. Понятие о внутренней геометрии, изометрия. Примеры локальной изометрии.
25. Абсолютный дифференциал векторного поля. Ковариантная производная в направлении векторного поля. Ковариантная производная вдоль пути.
26. Параллельный перенос вектора по поверхности. Уравнение параллельного переноса.
27. Геодезические линии на поверхности: уравнения геодезических. Экстремальность геодезических.
28. Топология на множестве. Топологическое пространство. База топологии. Замкнутые подмножества.
29. Метрическое пространство. Топология, индуцированная метрикой.
30. Непрерывные отображения топологических пространств. Гомеоморфизм.
31. Связность. Линейная связность.
32. Аксиомы отделимости.
33. Компактные топологические пространства. Их свойства.
34. Индуцированная топология. Подпространства.
35. Фактор-топология. Фактор-пространство.
36. Понятие n - мерного топологического многообразия. Карта. Атлас.
37. Гладкий атлас. Гладкое многообразие. Задание многообразия системой уравнений.
38. Группы преобразований как многообразия.

Задачи, используемые для экзамена и рейтинг- контроля

1. Для плоской кривой, заданной как график функции $y = \ln(x + 1)$ найти
 - а) кривизну;

б) уравнение эволюты;

в) соприкасающуюся окружность в точке M_0 абсциссой $x_0 = e^2 - 1$

г) сделать эскиз кривой, её эволюты и соприкасающейся окружности в точке M_0 .

2. Пусть $\vec{i}, \vec{n}, \vec{b}$ - репер Френе. Доказать, что

а) $\vec{i} \vec{b} \dot{\vec{b}} = \kappa$,

б) $\dot{\vec{b}} \ddot{\vec{b}} \ddot{\vec{b}} = \kappa^5 \left(\frac{\kappa}{\kappa} \right)^\circ$. Здесь κ - кручение, k - кривизна кривой.

3. Для кривой $x = sh^2 t$; $y = sh t ch t$; $z = ch^2 t$; в указанной точке M_0 , соответствующей $t_0 = \ln 2$, найти

а) репер Френе;

б) уравнение касательной прямой;

в) уравнение нормальной, спрямляющей и соприкасающейся плоскостей.

4. Для кривой $\vec{r}(t) = \{ 2t, \ln t, t^2 \}$ вычислить кривизну и кручение в произвольной точке.

Есть ли на кривой точки распрямления и точки уплощения?

5. Найти порядок касания в начале координат линий $y = \sin x$ и $y = tgx$.

6. Доказать, что кривая $\vec{r}(t) = \left(\frac{1+t}{1-t}; \frac{1}{1-t^2}; \frac{1}{1+t} \right)$ плоская и найти уравнение плоскости,

ее содержащей.

7. Составить натуральные уравнения кривой $\vec{r}(t) = \{ e^t, e^{-t}, t\sqrt{2} \}$, где $t \in (-\infty, +\infty)$.

8. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности:

а) $z = \frac{x^2}{2} + 2y^2$ в точке $M(-2; 1; 4)$,

б) $x = u^2 + \ln v$, $y = v^2 - \ln u$, $z = uv$; $u_0 = 1, v_0 = 1$.

9. Найти угол между кривыми $v = u + 1$, $v = 3 - u$ на поверхности:

$$x = u \cos v, \quad y = u \sin v, \quad z = u^2.$$

10. На поверхности $\vec{r}(u, v) = \{ u^2 + v^2; u^2 - v^2; uv \}$ найти длину дуги

линии $u + v = 0$, между точками $(1; -1)$ и $(2; -2)$.

11. Вычислить гауссову и среднюю кривизну поверхности

$$x = u \cos v; \quad y = u \sin v; \quad z = u + v.$$

12. Найти гауссову кривизну поверхности, если система координат полугеодезическая,

т.е. $ds^2 = du^2 + G(u, v) dv^2$.

13. Определить тип точек на поверхности

а) $z = x y^2$

б) параболического цилиндра

в) полученной вращением кривой $y = \sin x$ ($0 < x < \pi$) вокруг оси ОХ.

14. Доказать, что на любой поверхности второго порядка все точки имеют один и тот же тип (эллиптический, гиперболический или параболический)

15. Найти главные кривизны и главные направления на поверхности

а) $\vec{r}(u, v) = \{ u^2 + v^2; u^2 - v^2; uv \}$ в точке $u_0=1, v_0=1$.

б) $z = xuv$ в точке $M(1; 1; 1)$.

16. Эллипс с полуосями a и b , $a > b > 0$ рассматривается как пересечение круглого цилиндра радиуса b плоскостью. Используя формулу Эйлера, найти кривизну эллипса в концах малой полуоси.

17.. Найти кривизну нормального сечения поверхности $\vec{r}(u, v) = \{ u^3 + v; v^3; 2uv \}$ в точке в точке $u_0=1, v_0=1$ в направлении кривой $3u - 2v = 1$.

18. Указать линии кривизны:

а) на круговом цилиндре $\vec{r}(u, v) = \{ a \cos v; a \sin v; u \}$,

б) на прямом круговом конусе без вершины $\vec{r}(u, v) = \{ u \cos v; u \sin v; bu \}$, $u \neq 0$,

в) на поверхности $\vec{r}(u, v) = \{ u^2 + v^2; u^2 - v^2; v \}$,

г) доказать локальную изометричность поверхностей пунктов а) и б).

19. Доказать, что линия $\gamma: \vec{r}(t) = (t; a; a^2 t)$ является асимптотической на поверхности $z = x y^2$.

20. Доказать, что если в точке поверхности средняя кривизна равна нулю, то в этой точке асимптотические направления взаимно перпендикулярны.

21. Найти асимптотические линии на прямом геликоиде.

22. Вычислить символы Кристоффеля поверхности: $r = \{ a \cos u \cos v, a \cos u \sin v, c \sin u \}$.

23. Вычислить символы Кристоффеля метрики $ds^2 = \frac{1}{v^2} (du^2 + dv^2)$.

24. Пусть $ds^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2$ метрика единичной сферы $S^2 \subset R^3$, записанная в сферических координатах (θ, φ) и $\xi(\theta, \varphi) = \{ \xi^1(\theta, \varphi), \xi^2(\theta, \varphi) \}$ векторное поле

, определенное на S^2 . Найти дивергенцию векторного поля $\xi(\theta, \varphi)$, зная коэффициенты связности: $\Gamma^1_{11} = 0$, $\Gamma^1_{12} = \Gamma^1_{21} = 0$, $\Gamma^1_{22} = -\sin \theta \cos \theta$,
 $\Gamma^2_{11} = 0$, $\Gamma^2_{12} = \Gamma^2_{21} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$, $\Gamma^2_{22} = 0$.

25. Написать уравнение параллельного переноса на единичной сфере (см. задачу 25) вдоль меридиана $\varphi = \varphi_0 = \text{const}$.

26. Перенести параллельно по прямому геликоиду $\vec{r}(u, v) = (u \cos v; u \sin v; z = v)$ касательный вектор $\vec{\xi} = \vec{r}'_u$, заданный в точке $u = u_0, v = 0$, вдоль винтовой линии $(u_0 \cos v; u_0 \sin v; z = v)$, $0 \leq v \leq 2\pi$. Найти угол между начальным и конечным положением вектора. (Считать известными символы Кристоффеля на геликоиде: $\Gamma^1_{22} = -u$, $\Gamma^2_{12} = \Gamma^2_{21} = \frac{u}{1+u^2}$, остальные $\Gamma^k_{ij} = 0$).

27. Доказать:

а) геодезические на плоскости – прямые линии и только они,

б) меридианы поверхности вращения являются геодезическими.

28. Найти геодезические линии плоскости Лобачевского в модели Пуанкаре:

$$ds^2 = \frac{1}{v^2} (du^2 + dv^2), \quad v > 0.$$

29. Найти геодезические на круговом цилиндре (см. задачу 18 (а)).

30. Рассмотреть все возможные топологии на множестве, состоящем из трех точек. Какие из полученных топологических пространств являются связными? Какие - хаусдорфовы?

31. Пусть X – упорядоченное множество. Докажите, что семейство $\Sigma = \{B_\alpha, X\}$, где $B_\alpha = \{x \in X : x > \alpha, \forall \alpha \in X\}$, образует базу некоторой топологии в X

32. Пусть R – множество действительных чисел, а семейство Ω состоит из пустого множества и дополнений ко всем конечным подмножествам R .

а) Доказать, что Ω – топология на R .

б) Описать совокупность замкнутых множеств топологического пространства (R, Ω) ,

Пусть $B = (0; 1) \subset R$. Найти $\text{Int}B$, $\text{Cl}B$ и множество всех предельных точек B :

33. Доказать, что в хаусдорфовом топологическом пространстве все одноточечные подмножества замкнуты.

34. Доказать, что топологическое пространство X хаусдорфово тогда и только тогда, когда диагональ $L = \{(x, x), \forall x \in X\}$ замкнута в $X \times X$.

35. Гомеоморфны ли интервал и окружность?

36. Доказать, что R^1 и R^n , $n \neq 1$, не гомеоморфны.

37. Доказать, что круг с выколотой точкой гомеоморфен кольцу, из которого удалена внутренняя окружность.
38. Доказать, что
- а) окружность S^1 и проективная прямая RP^1 гомеоморфны,
 - б) группа $SO(2)$ как топологическое пространство гомеоморфна окружности.
39. Доказать, построив атлас, что
- а) эллипс является одномерным топологическим многообразием.
 - б) график непрерывной функции $y = f(x)$ является одномерным топологическим многообразием.
40. Доказать, что объединение двух координатных осей на плоскости не является топологическим многообразием.
41. Построить гладкий атлас
- а) на цилиндре: $x^2 + y^2 = 1, -\infty < z < +\infty$.
 - б) на проективной прямой.
42. Доказать, что множество $O(2)$ всех ортогональных матриц размерности (2×2) является гладким многообразием. Найти размерность этого многообразия и построить атлас.

Самостоятельная работа в форме типового расчета
Типовой расчет №1

«Кривые и поверхности»

1. Найти касательную к кривой, нормальную плоскость.
2. Вычислить натуральный параметр.
3. Найти кривизну кривой.
4. Найти кручение кривой.
5. Построить сопровождающий трехгранник Френе.
6. Найти касательную плоскость и нормаль к поверхности.
7. Найти 1-квадратичную форму поверхности.
8. Вычислить угол между кривыми на поверхности двумя способами. Сравнить результат.
9. Найти 2-ю квадратичную форму поверхности.
10. Найти главные кривизны, гауссову и среднюю кривизны.

Типовой расчет №2

«Тензоры, связности. Элементы топологии»

1. Тензоры, закон преобразования тензора при замене координат.
2. Операции с тензорами; тензорное произведение, внешнее произведение форм, свертка.
3. Внешний и внутренний дифференциалы.
4. Производная Ли, свойства.
5. Связности, тензор кривизны и кручения.
6. Параллельный перенос тензоров.
7. Геодезические.

7. УЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии. [Электронный ресурс] Кузовлев В.П., Подаева Н.Г. - М. : - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 208 с. - ISBN 978-5-9221-1360-1.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113601.html>
2. Геометрическое моделирование окружающего мира [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.А. Уткин. - 2-е изд., стер. - М. : ФЛИНТА, 2014. - 219с. - ISBN 978-5-9765-1956-5. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976519565.html>
3. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики [Электронный ресурс] : практикум / К.Г. Клименко, Е.А. Козловский, Г.В. Левицкая. - М. : Прометей, 2014 - 107(1) с. - ISBN 978-5-7042-2529-4.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704225294.html>

Дополнительная литература

1. Лекции по дифференциальной геометрии. [Электронный ресурс] / Сизый С. В. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007 -376 с.- ISBN 978-5-9221-0742-6.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922107426.html>
2. Задачи по топологии [Электронный ресурс] / Прасолов В.В. - М.: МЦНМО, 2008.- 40-с. - ISBN 978-5-94057-349-4. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940573494.html>
3. Основы дифференциальной геометрии в интересных задачах [Электронный ресурс] / Скопенков А.Б. - 2-е изд., испр. - М.: МЦНМО, 2010. -- 72 с. - ISBN 978-5-94057-630-3
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940576303.html>
4. Алгоритмическая топология и классификация трехмерных многообразий. [Электронный ресурс] / Матвеев С.В. - М.: МЦНМО, 2007. -456 с. - ISBN 978-5-94057-209-1 <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940572091.html>

Периодические издания

1. Успехи математических наук, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414) (1 шт)
2. Автоматика и телемеханика, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414) (1 шт)

8. МАТЕРИАЛЬНО –ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с автоматическим экраном.

Лаборатория численных методов (405-3): 25 посадочных мест, 13 персональных компьютеров со специализированным программным обеспечением, мультимедийный проектор с экраном.

Электронные учебные материалы на компакт -дисках.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки».

Автор: доц. каф. ФАиПМ.Ю. Звягин.

Рецензент директор по маркетингу ЗАО «Инвестиционная фирма «ПРОК-Инвест»
_____ Крисько О.В.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП
протокол № 2 от 30.01.2015 года.

Заведующий кафедрой – проф. Давыдов А.А. _____

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления _____

протокол № 2 от 30.01.2015 года.

Председатель комиссии _____

Программа переутверждена:

на _____ учебный год. Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.

Заведующий кафедрой _____

на _____ учебный год. Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.

Заведующий кафедрой _____

на _____ учебный год. Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.

Заведующий кафедрой _____

на _____ учебный год. Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.

Заведующий кафедрой _____

на _____ учебный год. Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.

Заведующий кафедрой _____