

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по УМР

А.А. Панфилов

« 17 » 04 2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»

Направление подготовки — 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Уровень высшего образования — бакалавриат.

Форма обучения — очная.

Семестр	Трудоём- кость зач. ед, час.	Лек- ций, час.	Прак- тич. занят- ий, час.	Лабора- т. работ, час.	СРС , час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
5	3/108	36	18		54	Зачет
Итого:	3/108	36	18		54	Зачет

Владимир, 2015

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

Цель дисциплины «Функциональный анализ» — ознакомление с общей теорией функций, с методами работы в бесконечномерных функциональных пространствах и их приложениями в вычислительной математике. В терминах данной дисциплины традиционно излагаются многие задачи физики, технические проблемы и разнообразные процессы, происходящие в природе.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО.

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к базовой части учебного плана. Для освоения данной дисциплины обучающимся необходимо иметь теоретические знания и практические навыки по дисциплинам линейная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория функций комплексного переменного. Иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией, уметь использовать инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации.

Ее изучение позволяет обучающимся

- применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- применять системный подход к анализу и синтезу сложных систем;
- уметь строить математические модели объектов профессиональной деятельности
- уметь использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

Основные понятия «Функционального анализа» используются при изучении дисциплин: теория вероятностей и математическая статистика, вычислительная математика, методы оптимизации и исследование операций, физика.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

В результате освоения дисциплины «Функциональный анализ » студент должен обладать:

- способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
- способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2);

В результате освоения дисциплины студент должен:

- **Знать**
 - основные положения теории метрических (в том числе нормированных и гильбертовых) пространств;
 - основные положения современных теорий меры и интегрирования;
 - основные положения теории линейных функционалов и операторов;
 - основные методы приближенного и точного решения функциональных и линейных интегральных уравнений.
- **Уметь**
 - применять методы функционального анализа при решении прикладных задач;

- применять методы функционального анализа при решении теоретико-вероятностных задач, задач математической физики и задач оптимального управления;
- **Иметь навыки** использования методов функционального анализа при решении теоретических и прикладных задач.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Семинары	Практические занятия	Лабораторные	Контрольные	СРС	КП / КР		
1	Элементы теории множеств	4	1	2		2			3		2 (50%)	
2	Метрические пространства	4	2-3	4		2			6		3 (50%)	
3	Линейные нормированные пространства	4	4-6	6		2			9		4 (50%)	Рейтинг-контроль 1
4	Гильбертовы пространства	4	7	2		2			3		2 (50%)	
5	Теория меры и интеграл Лебега	4	8-11	8		4			12		6 (50%)	Рейтинг-контроль 2
6	Вариационное исчисление	4	12-14	6		2			9		4 (50%)	
7	Компактные операторы в гильбертовом пространстве и интегральные уравнения	4	15-18	8		4			12		6 (50%)	Рейтинг-контроль 3
Всего				36		18			54		27 (50%)	Зачет

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);

2. Обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек);
3. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций);
4. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

В активной и интерактивной формах проводятся 50% аудиторных занятий.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущая контроль в форме рейтинг - контроля.

Рейтинг- контроль 1.

Линейные нормированные пространства. Теорема о сжимающем отображении.

Рейтинг- контроль 2.

Экстремальные задачи в линейных пространствах.

Рейтинг- контроль 3.

Уравнения Вольтерры.

Текущий контроль самостоятельной работы (типовые расчеты).

Типовой расчет №1

«Метрические пространства.».

Типовой расчет №2

«Вариационное исчисление».

Типовой расчет №3

«Интегральные уравнения».

Промежуточная аттестация в форме зачета.

Вопросы к зачету.

1. Множества, операции над множествами и их свойства. Системы множеств. Отношения. Отображения.
2. Мощность множества. Свойства счетных множеств.
3. Несчетность отрезка. Свойства множеств мощности континуум.
4. Теорема Кантора — Бернштейна.

5. Теорема Кантора о неэквивалентности множества семейству его подмножеств.
6. Определение и примеры метрических пространств. Сходящиеся последовательности.
7. Свойства открытых и замкнутых множеств.
8. Непрерывные отображения.
9. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах.
10. Полные метрические пространства. Теорема Бэра.
11. Теорема о равномерной ограниченности последовательности функций.
12. Принцип сжимающих отображений.
13. Условия компактности в метрических пространствах.
14. Свойства функций непрерывных на компакте.
15. Линейные нормированные пространства.
16. Линейные непрерывные операторы и функционалы, ограниченность и непрерывность, норма.
17. Теорема Банаха — Штейнгауза.
18. Существование непрерывной функции с расходящимся рядом Фурье.
19. Полнота пространства линейных операторов. Сопряженные пространства.
20. Теорема Хана — Банаха.
21. Теорема Банаха об обратном операторе.
22. Гильбертовы пространства. Ортонормированные системы векторов.
23. Теорема об элементе наилучшего приближения. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля.
24. Дифференцирование в линейных нормированных пространствах. Производные Фреше и Гато. Примеры.
25. Необходимые и достаточные условия локального экстремума линейного функционала.
26. Вычисление первой и второй вариации функционала.
27. Простейшие вариационные задачи. Вывод уравнения Эйлера. Условие Лежандра.
28. Задача о брахистохроне.
29. Построение меры Лебега на квадрате. Основные свойства меры.
30. Измеримые функции и их свойства.
31. Определение и свойства интеграла Лебега для ограниченных, положительных неограниченных, функций произвольного знака.
32. Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега.
33. Полнота пространств $L_p(A)$.
34. Компактные операторы в банаховом пространстве. Свойства компактных операторов.
35. Компактность оператора Фредгольма в пространстве $C[a, b]$ и в $L_2[a, b]$.
36. Симметричные операторы в гильбертовом пространстве. Условие симметричности оператора Фредгольма в пространстве $L_2[a, b]$.
37. Теорема Гильберта о спектральном разложении компактного симметричного оператора в гильбертовом пространстве и следствия из нее

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ.

Основная литература:

1. Леонтьева Т. А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с. ISBN 978-5-16-006429-1, 1000 экз.
2. Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] / В.К. Романко. - 3-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. - 344 с.: ил. - (Технический университет). - ISBN 978-5-9963-0782-1.

3. Методы решения задач по теме «Интегральные уравнения, краевые и спектральные задачи»: Учебно-методическое пособие / Сандаков Е.Б., Гордеев Ю.Н., Простокишин В.М. - М.: НИЯУ «МИФИ», 2012. - 64 с. ISBN 978-5-7262-1734-5

Дополнительная литература:

1. Астапова И.В. Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие — М.: Евразийский открытый институт, 2011.— 112 с.
2. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс].— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.— 570 с
3. Бутко Я.А. Элементы функционального анализа и методы математической физики. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие.— М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2011.— 68 с.

Программное обеспечение и Интернет – ресурсы:

1. Пакет Microsoft Excel
2. Maple
3. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru/>
4. Математическая энциклопедия <http://allmath.com/>
5. Образовательные ресурсы – window.edu.ru/

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

- Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с автоматическим экраном.
- Лаборатория численных методов (405-3): 25 посадочных мест, 13 персональных компьютеров со специализированным программным обеспечением, мультимедийный проектор с экраном.
- Электронные учебные материалы на компакт-дисках.
- Доступ в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Автор: доцент, каф. ФАиПМ В.Д.Бурков

Рецензент (ы) _____

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП
протокол № 4А от 16.04.2015 года.

Заведующий кафедрой - проф. Давыдов А.А. _____

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии

направления 01.03.02

протокол № 11А от 17.04.2015 года.

Председатель комиссии _____

Арсенен С.М.

Программа переутверждена:

на 2018-2019 учебный год. Протокол заседания кафедры № 1 от 03.09.18 года.
Заведующий кафедрой 

на _____ учебный год. Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.
Заведующий кафедрой _____

на _____ учебный год. Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.
Заведующий кафедрой _____

на _____ учебный год. Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.
Заведующий кафедрой _____