

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института



Хорьков К.С.

» 08 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

(наименование дисциплины)

направление подготовки / специальность

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

(код и наименование направления подготовки (специальности))

направленность (профиль) подготовки

**Математическое и компьютерное моделирование,
программирование и системный анализ**

(направленность (профиль) подготовки)

г. Владимир

2021

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Уравнения математической физики» — ознакомление с фундаментальными методами исследования соотношений между бесконечно малыми величинами, которые возникают при моделировании физических процессов.

Задачей изучения дисциплины является овладение основными понятиями и методами теории уравнений математической физики и применениями их в приложениях.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к обязательной части учебного плана.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает принципы использования фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Умеет использовать базовые знания из области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Знать базовые понятия и методы в области математических и (или) естественных наук; Уметь использовать базовые знания из области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности; Владеть навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1. Знает математические основы, основные положения и концепции в области программирования. ОПК-2.2. Умеет осуществлять обоснованный выбор математических и компьютерных методов, а также необходимого программного обеспечения при решении задач профессиональной деятельности. ОПК-2.3. Владеет навыками применения математических и компьютерных методов и программного обеспечения при решении конкретных задач.	Знать расширенные понятия и методы в области математики; математические основы, основные положения и концепции в области программирования; архитектуру языков программирования; основную терминологию в области программного обеспечения; Уметь осуществлять обоснованный выбор математических и компьютерных методов, а также необходимого программного обеспечения при решении задач профессиональной деятельности; Владеть навыками применения	Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации

		данных методов и программного обеспечения при решении конкретных задач.	
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает принципы математического моделирования, типовые (универсальные) математические модели, формулы, теоремы и методы, используемые в широком наборе областей применения. ОПК-3.2. Умеет осуществлять обоснованный выбор адекватных поставленной задаче базовых математических моделей, модифицировать базовые и (или) разрабатывать оригинальные математические модели в соответствии с особенностями поставленной задачи моделирования. ОПК-3.3. Владеет навыками выполнения математического моделирования от анализа постановки задачи до анализа результатов.	Знать принципы математического моделирования; типовые (универсальные) математические модели, формулы, теоремы и методы, используемые в широком наборе областей применения прикладной математики; Уметь осуществлять обоснованный выбор адекватных поставленной задаче базовых математических моделей; уметь модифицировать базовые и (или) разрабатывать оригинальные математические модели в соответствии со спецификой поставленной задачи моделирования; Владеть навыками выполнения математического моделирования от анализа постановки задачи до анализа результатов.	Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единицы, 180 часов.

Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка	6	1	2	2		2	4	
1.1	Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка	6	1	1	1		1	2	
1.2	Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка	6	1	1	1		1	2	
2	Классификация линейных уравнений 2-го порядка	6	2-3	4	4		4	8	
2.1	Классификация линейных уравнений 2-го порядка от n переменных	6	2	2	2		2	4	

2.2	Классификация линейных уравнений 2-го порядка на плоскости	6	3	2	2		2	4	
3	Гиперболические уравнения	6	4-9	12	12		12	24	
3.1	Уравнение колебаний струны	6	4	2	2		2	4	
3.2	Метод Фурье для уравнения колебаний струны	6	5-6	4	4		4	8	Рейтинг-контроль 1
3.3	Корректные задачи	6	7	2	2		2	4	
3.4	Волновое уравнение в пространстве	6	8-9	4	4		4	8	
4	Эллиптические уравнения	6	10-16	14	14		14	28	
4.1	Основные краевые задачи	6	10-11	4	4		4	8	
4.2	Уравнение Лапласа	6	12-16	10	10		10	20	Рейтинг-контроль 2
5	Уравнение теплопроводности	6	17-18	4	4		4	8	
5.1	Одномерное уравнение теплопроводности	6	17	2	2		2	4	
5.2	Метод Фурье	6	18	2	2		2	4	Рейтинг-контроль 3
Всего за 6 семестр:				36	36			72	Экзамен (36)
Итого по дисциплине				36	36			72	Экзамен (36)

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Раздел 1. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.

Тема 1. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка.

Характеристики. Теорема об общем решении. Локальная теорема существования и единственности решения задачи Коши. Примеры.

Тема 2. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.

Характеристики. Построение общего решения. Существование и единственность решения задачи Коши для квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка. Метод построения решения задачи Коши. Примеры.

Раздел 2. Классификация линейных уравнений 2-го порядка.

Тема 1. Классификация линейных уравнений 2-го порядка от n переменных.

Каноническая форма. Классификация линейных уравнений 2-го порядка от n переменных в точке. Канонический вид. Примеры.

Тема 2. Классификация линейных уравнений 2-го порядка на плоскости.

Характеристики линейного уравнения 2-го порядка от двух переменных в области; классификация уравнений. Теорема о канонической форме. Пример уравнения смешанного типа.

Раздел 3. Гиперболические уравнения.

Тема 1. Уравнение колебаний струны.

Уравнение малых поперечных колебаний струны, его вывод из физических соображений. Формула Даламбера. Постановка и однозначная разрешимость задач Коши и Гурса.

Тема 2. Метод Фурье для уравнения колебаний струны.

Постановка задачи Штурма-Лиувилля, основные свойства её решений. Схема метода Фурье в применении к гиперболическим уравнениям. Первая краевая задача для уравнения колебаний струны. Общий случай неоднородности.

Тема 3. Корректные задачи.

Понятие корректности краевой задачи. Примеры. Корректность первой краевой задачи для уравнения колебаний струны. Пример Адамара.

Тема 4. Волновое уравнение в пространстве.

Постановка и корректность задачи Коши для волнового уравнения при $n > 1$. Формулы Кирхгофа и Пуассона. Задача Штурма-Лиувилля в пространстве. Решение задачи о колебаниях

прямоугольной мембраны методом Фурье. Цилиндрические функции и их свойства. Решение задачи о колебаниях круглой мембраны методом Фурье.

Раздел 4. Эллиптические уравнения.

Тема 1. Основные краевые задачи.

Задачи Дирихле и Неймана. Принцип максимума для эллиптических уравнений. Единственность решения основных краевых задач для эллиптических уравнений.

Тема 2. Уравнение Лапласа.

Уравнение Лапласа и его общее решение в полярных координатах на плоскости. Представимость решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге в виде ряда и в виде интеграла Пуассона. Фундаментальные решения оператора Лапласа. Формулы Грина и их следствия. Гармонические функции и их свойства. Теоремы о среднем. Функция Грина оператора Лапласа и её свойства. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа при известной функции Грина. Формула Пуассона (случай шара).

Раздел 5. Уравнение теплопроводности.

Тема 1. Одномерное уравнение теплопроводности.

Вывод одномерного уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Постановка и однозначная разрешимость смешанной задачи и задачи Коши.

Тема 2. Метод Фурье.

Решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности методом Фурье. Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой; вывод с помощью преобразования Фурье.

Содержание практических занятий по дисциплине

Практические занятия состоят в решении задач по каждой из тем, указанных в содержании лекционных занятий, причём в том же порядке прохождения тем.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

5.1. Текущий контроль успеваемости

Рейтинг-контроль №1

1. Методом характеристик построить общее решение линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка.
2. Методом характеристик построить интегральную поверхность линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка, проходящую через данное начальное многообразие.
3. Методом характеристик привести к каноническому виду линейное уравнение в частных производных второго порядка на плоскости.
4. Для данного линейного уравнения в частных производных второго порядка на плоскости (гиперболического или параболического типа) построить решение задачи Коши.

Рейтинг-контроль №2

1. Решить задачу Штурма-Лиувилля (задачу на собственные значения и собственные функции).
2. Методом разделения переменных построить решение смешанной задачи для одномерного уравнения колебаний струны при отсутствии «неоднородностей» в уравнении и граничных условиях либо при наличии таковых.
3. Методом разделения переменных решить задачу о колебаниях круглой мембраны.

Рейтинг-контроль №3

1. Методом разделения переменных построить решение смешанной задачи для одномерного уравнения теплопроводности при отсутствии «неоднородностей» в уравнении и граничных условиях либо при наличии таковых.
2. Методом разделения переменных построить решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа либо уравнения Пуассона в круге (кольце, секторе, прямоугольнике и т.п.).

5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

Вопросы к экзамену

1. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка (характеристики, построение общего решения, теорема существования и единственности решения задачи Коши).
2. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка (характеристики, построение общего решения, теорема существования и единственности решения задачи Коши).
3. Канонический вид линейного уравнения 2-го порядка от n переменных в точке. Классификация уравнений.
4. Характеристики линейного уравнения 2-го порядка от двух переменных в области; классификация уравнений. Пример уравнения смешанного типа.
5. Теорема о канонической форме линейного уравнения 2-го порядка от двух переменных в области.
6. Вывод формулы Даламбера решения задачи Коши для уравнения свободных колебаний струны (неограниченной и полуограниченной).
7. Задача Штурма-Лиувилля; свойства её решений.
8. Общая схема решения первой краевой задачи для однородных гиперболических уравнений методом разделения переменных.
9. Решение смешанной задачи для уравнения свободных колебаний струны методом разделения переменных (случай закреплённых концов и свободных концов).
10. Понятие корректности постановки краевой задачи. Примеры корректно и некорректно поставленных задач (в т.ч. пример Адамара).
11. Вывод формулы Даламбера решения задачи Коши для неоднородного уравнения колебаний струны. Устойчивость решения.
12. Единственность решения задачи Коши для неоднородного уравнения колебаний струны.
13. Решение задачи Коши для волнового уравнения при $n=2$ и 3 (формулы Пуассона и Кирхгофа).
14. Задача Штурма-Лиувилля в пространстве; свойства её решений.
15. Решение задачи о колебаниях прямоугольной мембраны методом разделения переменных.
16. Цилиндрические функции и их свойства.
17. Решение задачи о колебаниях круглой мембраны методом разделения переменных.
18. Преобразование оператора Лапласа к полярным координатам на плоскости. Общее решение уравнения Лапласа на плоскости.
19. Принцип максимума для эллиптических уравнений.
20. Доказательство единственности решения первой и третьей краевых задач для эллиптических уравнений с помощью принципа максимума.
21. Решение задачи Неймана для уравнения Лапласа в круге; условие разрешимости задачи.
22. Представление решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге в виде ряда и в виде интеграла Пуассона.
23. Формулы Грина и их следствия.
24. Фундаментальные решения оператора Лапласа.
25. Теоремы о среднем и другие свойства гармонических функций.
26. Функция Грина для оператора Лапласа и её свойства. Построение решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа по известной функции Грина.
27. Вывод формулы Пуассона решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.

28. Решение смешанной задачи для одномерного уравнения теплопроводности методом разделения переменных.
29. Принцип максимума для одномерного уравнения теплопроводности.
30. Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой.
31. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой.

5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

Самостоятельная работа студента состоит в выполнении заданий типового расчета, оформляемого отдельным отчетом и защищаемого студентом. Методические указания и задания можно брать из книги [3] перечня основной литературы (см. п. 7.1).

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Наличие в электронном каталоге ЭБС	
Основная литература			
1. Треногин, В. А. Уравнения в частных производных / Треногин В. А. , Недосекина И. С. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2013. - 228 с. - ISBN 978-5-9221-1448-6	2013	http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114486.html	
2. Сборник задач по уравнениям математической физики : учебное пособие / В. С. Владимиров, В. П. Михайлов, Т. В. Михайлова, М. И. Шабунин. — 4-е, изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2016. — 520 с. — ISBN 978-5-9221-1692-3.	2016	https://e.lanbook.com/book/104995	
3. Крупин, В. Г. Высшая математика. Уравнения математической физики. Сборник задач с решениями : учебное пособие / В. Г. Крупин, А. Л. Павлов, Л. Г. Попов - Москва : Издательский дом МЭИ, 2017. - 388 с. - ISBN 978-5-383-01075-4.	2017	https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383010754.html	
Дополнительная литература			
1. Персова, М. Г. Численные методы в уравнениях математической физики : учеб. пособие / Персова М. Г. , Соловейчик Ю. Г. , Вагин Д. В. , Домников П. А. , Кошкина Ю. И. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. - 60 с. - ISBN 978-5-7782-2971-6.	2016	https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778229716.html	

6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для проведения занятий по дисциплине имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа (405-3, 528-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения: Maple.

Рабочую программу составил:

ст. преподаватель каф. ФАиП Скиндер Ю.А. _____

Рецензент (представитель работодателя):

заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В. _____

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП, к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д. _____

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии

Зав. кафедрой ФиПМ, д.ф.-м.н. Аракелян С.М. _____

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на 20 22 / 20 23 учебный года

Протокол заседания кафедры № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на 20 ____ / 20 ____ учебный года

Протокол заседания кафедры № ____ от ____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на 20 ____ / 20 ____ учебный года

Протокол заседания кафедры № ____ от ____ года

Заведующий кафедрой _____