Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)**

Институт прикладной математики, физики и информатики

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института
_______________ К.С. Хорьков
«30» 08 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

направление подготовки / специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль) подготовки

Математическое и компьютерное моделирование, программирование и системный анализ
(направленность (профиль) подготовки))

г. Владимир

2021

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Методы оптимизации и исследование операций» являются ознакомление студентов, обучающихся по направлению «Прикладная математика и информатика», с методами, накопленными в этой теории. Последнее означает, что студенты по окончании курса должны владеть навыками по решению прикладных задач оптимизации и исследования операций.

Одной из характерных особенностей современной эпохи является все возрастающее внимание к проблемам управления. Как никогда прежде, ощущается потребность в плодотворном и эффективном использовании природных богатств, людских ресурсов, материальных и технических средств. На математическом языке такие задачи могут быть сформулированы как задачи отыскания экстремума некоторой функции или функционала. В результате работ многих математиков по их решению стало возможным говорить о теории экстремальных задач.

Задачи дисциплины:

- изучение основных приемов и методов решения оптимизационных задач;
- формирование навыков построения оптимизационных моделей, наиболее полно отвечающих требованиям поставленной задачи;
- изучение способов реализации методов оптимизации в виде программ для ЭВМ;
- приобретение навыков планирования экспериментов и обработки их результатов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

исследование операций» относится к дисциплинам обязательным дисциплинам блока Б1 Дисциплины (модули) учебного плана.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции *(код, содержание индикатора*	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает принципы использования фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Умеет использовать базовые знания из области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Знать: – базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Уметь: – использовать базовые знания из области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. Владеть: – навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Отчёты по лабораторным работам. Контрольные вопросы к лабораторным работам. Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические	ОПК-2.1. Знает математические основы, основные положения и концепции в области программирования.	Знать: – расширенные знания в области математики;	Отчёты по лабораторным работам.

методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1. Умеет осуществлять обоснованный выбор математических и компьютерных методов, а также необходимого программного обеспечения при решении задач профессиональной деятельности. ОПК-2.3. Владеет навыками применения математических и компьютерных методов и программного обеспечения при решении конкретных задач.	– математические основы, основные положения и концепции в области программирования; – архитектура языков программирования; – основная терминология в области программного обеспечения. Уметь: – осуществлять обоснованный выбор математических и компьютерных методов, а также необходимого программного обеспечения при решении задач профессиональной деятельности. Владеть: – навыками применения данных методов и программного обеспечения при решении конкретных задач.	Контрольные вопросы к лабораторным работам. Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает принципы математического моделирования, типовые (универсальные) математические модели, формулы, теоремы и методы, используемые в широком наборе областей применения прикладной математики. ОПК-3.2. Умеет осуществлять обоснованный выбор адекватных поставленной задаче базовых математических моделей, модифицировать базовые и (или) разрабатывать оригинальные математические модели в соответствии с особенностями поставленной задачи моделирования. ОПК-3.3. Владеет навыками выполнения математического моделирования от анализа постановки задачи до анализа результатов.	Знать: – принципы математического моделирования; – типовые (универсальные) математические модели, формулы, теоремы и методы, используемые в широком наборе областей применения прикладной математики. Уметь: – осуществлять обоснованный выбор адекватных поставленной задаче базовых математических моделей; – модифицировать базовые и (или) разрабатывать оригинальные математические модели в соответствии со спецификой поставленной задачи моделирования. Владеть: – навыками выполнения математического моделирования от анализа постановки задачи до анализа результатов.	Отчёты по лабораторным работам. Контрольные вопросы к лабораторным работам. Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 ч.

Тематический план, форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической		
1	Постановка задачи оптимизации. Понятие задачи математического программирования.	5	1	2	–	–	2	10	

2	Задача линейного программирования и ее приложения.	5	2-6	10	–	10	10	20	Рейтинг-контроль №1
3	Методы оптимизации функций одной переменной.	5	7-10	8	–	10	10	20	Рейтинг-контроль №2
4	Методы оптимизации функций многих переменных. Задача выпуклого программирования.	5	11-18	16	–	16	16	31	Рейтинг-контроль №3
	Всего за 5 семестр:	**-**	**-**	**36**	**–**	**36**	**38**	**81**	**Экзамен, 27**
5	Эвристические методы оптимизации.	6	1-4	4	–	4	4	8	
6	Задача динамического программирования.	6	5-8	4	–	4	4	8	Рейтинг-контроль №1
7	Элементы теории оптимального управления.	6	9-10	2	–	2	4	4	
8	Элементы теории игр.	6	11-14	4	–	4	4	8	Рейтинг-контроль №2
9	Элементы теории массового обслуживания.	6	15-18	4	-	4	4	8	Рейтинг-контроль №3
	Всего за 6 семестр:	**-**	**-**	**18**	**–**	**18**	**20**	**36**	**Экзамен, 36**
Наличие в дисциплине КП/КР		–	–	–	–	–	–	–	–
Итого по дисциплине		**-**	**-**	**54**	**–**	**54**	**-**	**117**	**2 экзамена, (63)**

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Раздел 1. Постановка задачи оптимизации. Понятие задачи математического программирования.

- Введение в дисциплину. Постановка задачи оптимизации. Классификация задач математического программирования. (2 часа).

Раздел 2. Задача линейного программирования и ее приложения.

- Постановка задачи линейного программирования. Приложения задачи линейного программирования: задача об оптимальном рационе, транспортная задача, задача коммивояжёра, задача планирования производства. (2 часа).
- Геометрический метод решения задачи линейного программирования. Канонический вид задачи линейного программирования. (2 часа).
- Симплекс метод решения задачи линейного программирования. (4 часа).
- Целочисленное линейное программирование. Двойственная задача линейного программирования. (2 часа).

Раздел 3. Методы оптимизации функций одной переменной.

- Методы минимизации функций одной переменной. Классический метод. Методы дихотомий, золотого сечения (2 часа).
- Методы поиска глобального минимума. Метод ломаных (2 часа).
- Метод пассивного и последовательного перебора. (2 часа).
- Выпуклые функции одной переменной. Метод касательных (2 часа).

Раздел 4. Методы оптимизации функций многих переменных. Задача выпуклого программирования.

- Методы минимизации функций многих переменных. Постановка задачи. Задача на безусловный экстремум. Классический метод (2 часа).
- Методы минимизации функций многих переменных. Метод множителей Лагранжа (2 часа).
- Постановка задачи выпуклого программирования. (2 часа).
- Седловая точка задачи выпуклого программирования. Теоремы Куна-Таккера. (2 часа).
- Градиентные методы. (2 часа).
- Метод случайного поиска. Метод множителей Лагранжа. Метод Ньютона (2 часа).
- Метод покоординатного спуска. (2 часа).
- Метод штрафных функций. (2 часа).

Раздел 5. Эвристические методы оптимизации.

- Генетические алгоритмы. (2 часа).

– Муравьиный алгоритм. (2 часа).

Раздел 6. Задача динамического программирования.

– Постановка задачи динамического программирования. Многошаговые процессы принятия решений. (2 часа).
– Метод динамического программирования. Схема Беллмана. (2 часа).

Раздел 7. Элементы теории оптимального управления.

– Постановка задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина. (2 часа).

Раздел 8. Элементы теории игр.

– Основные понятия теории игр. Матричные игры. (2 часа).
– Игры с нулевой суммой. Игры с чистыми и смешанными стратегиями. (2 часа).

Раздел 9. Элементы теории массового обслуживания.

– Основные понятия теории массового обслуживания Понятие потока событий. Пуассоновский поток событий. Одноканальные и многоканальные системы массового обслуживания. (2 часа).
– Системы массового обслуживания с ожиданием, с отказами, с преимуществами. (2 часа).

Содержание практических/лабораторных занятий по дисциплине

Раздел 1. Постановка задачи оптимизации. Понятие задачи математического программирования.

Раздел 2. Задача линейного программирования и ее приложения.

– Геометрический метод решения задачи линейного программирования. (2 часа).
– Приведение задачи линейного программирования к каноническому виду. (2 часа).
– Реализация симплекс метода решения задачи линейного программирования. (4 часа).
– Целочисленное линейное программирование. (2 часа).

Раздел 3. Методы оптимизации функций одной переменной.

– Методы минимизации функций одной переменной. Методами дихотомии и золотого сечения (4 часа).
– Методы поиска глобального минимума. Метод ломаных. Метод касательных. (6 часов).

Раздел 4. Методы оптимизации функций многих переменных. Задача выпуклого программирования.

– Аналитические методы оптимизации функций многих переменных. Классический метод. Метод множителей Лагранжа (4 часа).
– Градиентные методы. (4 часа).
– Метод покоординатного спуска. (4 часа).
– Метод штрафных функций. (4 часа).

Раздел 5. Эвристические методы оптимизации.

– Оптимизация функции с применением генетического алгоритма и метода муравьиных колоний. (4 часа).

Раздел 6. Задача динамического программирования.

– Реализация схемы Беллмана для задачи динамического программирования. (4 часа).

Раздел 7. Элементы теории оптимального управления.

– Поиск оптимального управления в задаче с фиксированным временем. (2 часа).

Раздел 8. Элементы теории игр.

– Матричные игры. Игры с нулевой суммой. Игры с чистыми и смешанными стратегиями. (4 часа).

Раздел 9. Элементы теории массового обслуживания.

– Моделирование систем массового обслуживания с ожиданием, с отказами, с преимуществами. (4 часа).

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

5.1. Текущий контроль успеваемости

5 семестр

Контрольные вопросы к рейтинг-контролю №1

1. Привести пример корректно сформулированной прикладной задачи оптимизации, с наличием не менее двух ограничений. Указать к какому кассу и типу относится сформулированная задача.
2. Решить задачу линейного программирования симплекс методом:

1. $$\begin{cases} Z^{`} = -4x_1 - 5x_2 \to \min, \\ 4x_1 + 1x_2 \le 43, \\ 3x_1 + 6x_2 \ge 74, \\ -8x_1 + 7x_2 \le 76, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} Z^{`} = 10x_1 - 7x_2 - 5x_3 \to \min, \\ 6x_1 + 15x_2 + 6x_3 \le 9, \\ 14x_1 + 42x_2 + 16x_3 \le 21, \\ 2x_1 + 8x_2 + 2x_3 \le 4, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} Z^{`} = 6x_1 + 5x_2 + 9x_3 \to \max, \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 25, \\ x_1 + 6x_2 + 2x_3 \le 20, \\ 4x_1 + 3x_3 \le 18, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

4. $$\begin{cases} Z^{`} = x_1 - x_2 - 3x_3 \to \min, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \le 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 \ge -6, \\ 3x_1 + x_3 \le 15, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

5. $$\begin{cases} Z^{`} = x_1 + 4x_2 \to \min, \\ x_1 + x_2 \ge 4, \\ x_1 + 2x_2 \ge 6, \\ -x_1 + 2x_2 \le 12, \\ x_1 + x_2 \le 12, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$$

6. $$\begin{cases} Z^{`} = 12x_1 + x_2 - 2x_3 \to \max, \\ -2x_1 - 2x_2 \ge 10, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 \le 8, \\ -x_1 + x_3 \le -2, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

7. $$\begin{cases} Z^{`} = 7x_1 + 3x_2 \to \max, \\ 5x_1 + 2x_2 \le 20, \\ 8x_1 + 4x_2 \le 36, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$$

8. $$\begin{cases} Z^{`} = 5x_1 + 6x_2 \to \max, \\ 5x_1 + 9x_2 \le 45, \\ 3x_1 + 3x_2 \le 19, \\ 2x_1 + x_2 \le 10, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$$

9. $$\begin{cases} Z^{`} = -4x_1 - 5x_2 \to \max, \\ 4x_1 + 1x_2 \le 43, \\ 3x_1 + 6x_2 \ge 74, \\ -8x_1 + 7x_2 \le 76, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$$

10. $$\begin{cases} Z^{`} = 10x_1 - 7x_2 - 5x_3 \to \max, \\ 6x_1 + 15x_2 + 6x_3 \le 9, \\ 14x_1 + 42x_2 + 16x_3 \le 21, \\ 2x_1 + 8x_2 + 2x_3 \le 4, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

11. $$\begin{cases} Z^{`} = 6x_1 + 5x_2 + 9x_3 \to \min, \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 25, \\ x_1 + 6x_2 + 2x_3 \le 20, \\ 4x_1 + 3x_3 \le 18, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

12. $$\begin{cases} Z^{`} = 5x_1 + 6x_2 \to \min, \\ 5x_1 + 9x_2 \le 45, \\ 3x_1 + 3x_2 \le 19, \\ 2x_1 + x_2 \le 10, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$$

13. $\begin{cases} Z' = 6x_1 + 5x_2 + 9x_3 \to \min, \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 25, \\ x_1 + 6x_2 + 2x_3 \le 20, \\ 4x_1 + 3x_3 \le 18, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$

14. $\begin{cases} Z' = x_1 + 4x_2 \to \max, \\ x_1 + x_2 \ge 4, \\ x_1 + 2x_2 \ge 6, \\ -x_1 + 2x_2 \le 12, \\ x_1 + x_2 \le 12, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$

15. $\begin{cases} Z' = 12x_1 + x_2 - 2x_3 \to \min, \\ -2x_1 - 2x_2 \ge 10, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 \le 8, \\ -x_1 + x_3 \le -2, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$

16. $\begin{cases} Z' = 7x_1 + 3x_2 \to \max, \\ 5x_1 + 2x_2 \le 20, \\ 8x_1 + 4x_2 \le 36, \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$

Контрольные вопросы к рейтинг-контролю № 2

1. Построить минимизируюшую последовательность для функции $J(u) = arctg(u)$.
2. Найти множество U^* всех точек минимума для функции $J(u)$:

$$J(u) = \begin{cases} \left|u^2 - 1\right|, u \ne 1, \\ 1, u = 1. \end{cases}$$

3. Пусть функция $J(u)=|||u^2-1|-1|-1|$. Найти все локальные минимумы данной функции и ответить на вопрос: на каких отрезках она является унимодальной.
4. Решить: $J(u)=\sin^3(u)+\cos^3(u) \to extr.$ $u\in[0;\ 2\pi]$.
5. Решить: $J(u) = \begin{cases} \left(1 + e^{\frac{1}{u}}\right)^{-1}, & u \ne 0; \\ 0, & u = 0. \end{cases} \to extr,\ u\in R.$
6. Привести пример функций, удовлетворяющих условию Липшица, но не являющихся унимодальной (не менее трех функций). Ответить на вопрос: удовлетворяет ли условиям Липшица функция унимодальная на отрезке. Утверждение доказать.
7. Рассмотреть первые шесть шагов метода ломаных для функции $J(u)=||u^2-1|-1|$ на отрезке $[-2;\ 2]$ при $\forall u_0 \in [-2;2]$.
8. Найти область выпуклости функции $J(u)=\sin(u)+\sin(2u)$.
9. Решить: $J(u) = (x + y + 1)^{-(x^2 - xy + y^2)} \to extr$. $u = (x, y) \in E^2$.
10. Решить: $J(u) = xy^2z^3(1 - x - 2y - 3z) \to extr$, $u = (x, y, z) \in E^3$.
11. Решить: $J(u)=x\to min$, $u \in U$, $U = \left\{u = (x, y) \in E^2 : y - x^{\frac{3}{2}} = 0, x \ge 0\right\}$.
12. Решить: $J(u)=x \to extr$, $u \in U$, $U = \left\{u = (x, y) \in E^2 : x^p + y^q = 0\right\}$, где p и q натуральные числа.
13. При каких a, b и c функция $J(u)=ax^2+2bxy+cy^2$, будет выпукла, вогнута? $u = (x, y) \in E^2$.
14. Найти области выпуклости функций: $J(u)=\sin(x+y+z)$, $J(u)=\sin(x^2+y^2+z^2)$, $u = (x, y, z) \in E^3$.
15. Привести пример корректно сформулированной прикладной задачи оптимизации, с наличием не менее двух ограничений. Указать к какому кассу и типу относится сформулированная задача.
16. Найти множество U^* – всех точек минимума функции $J(u) = \sin\left[\pi \exp\left(-u^2\right)\right]$, на универсальном множестве $U = R^1$. Построить минимизирующие последовательности для $J(u)$, которая сходится к множеству U^* и не сходится.

17. Найти множество U^* – всех точек минимума функции $J(u)=1-\cos\left[\pi\exp\left(-u^2-\ln\frac{1}{2}\right)\right]$, на универсальном множестве $U=R^1$. Построить минимизирующие последовательности для $J(u)$, которая сходится к множеству U^* и не сходится.
18. Вывести формулу для вычисления положения точек золотого сечения отрезка $[a, b]$.
19. Выяснить на каких отрезках функция $J(u)$ является унимодальной:
$$J(u)=au^2+bu+c, J(u)=\sqrt{|u|}, J(u)=e^u, J(u)=\cos(u), J(u)=sh(u).$$
20. Выяснить на каких отрезках функция $J(u)$ является унимодальной:
$$J(u)=au^2+bu+c, J(u)=\sqrt{|u|}, J(u)=e^{-u}, J(u)=\sin(u), J(u)=ch(u).$$
21. Оценить постоянную Липшица L для функции $J(u)=-u^3+2u^2+5u-2$ на отрезке $[-2, 3]$.
22. Оценить постоянную Липшица L для функции $J(u)=-2u^3+6u^2-u+10$ на отрезке $[-2, 3]$.
23. Найти глобальный минимум функции J^* по методу последовательного перебора для функции $J(u)$ $J(u)=-u^3+2u^2+5u-2$ на отрезке $[-2, 3]$.
24. Найти глобальный минимум функции J^* по методу последовательного перебора для функции $J(u)=-2u^3+6u^2-u+10$ на отрезке $[-2, 3]$.
25. Найти точку максимума функции ($f(x)\to\max$) $f(x)=2x_1+4x_2-x_1^2-2x_2^2$ при ограничениях $\begin{cases}x_1+2x_2\le 8\\ 2x_1-x_2\le 12\end{cases}$.
26. Найти точку максимума функции ($f(x)\to\max$) $f(x)=x_1+4x_2+x_1x_2-2x_1^2-2x_2^2$ при ограничениях $\begin{cases}x_1+2x_2\le 12\\ 3x_1+x_2\le 15\end{cases}$.
27. Найти точку максимума функции ($f(x)\to\max$) $f(x)=-x_1^2-x_2^2+x_1+8x_2$ при ограничениях $\begin{cases}x_1+x_2\le 7\\ x_2\le 5\end{cases}$.
28. Найти точку максимума функции ($f(x)\to\max$) $f(x)=-2x_1+8x_2-x_1^2-x_2^2$ при ограничениях $\begin{cases}x_1+2x_2\le 12\\ -x_1+x_2\ge 8\end{cases}$.
29. Найти точку максимума функции ($f(x)\to\max$) $f(x)=(x_1-3)^2+(x_2-4)^2$ при ограничениях $\begin{cases}3x_1+2x_2\ge 7\\ 10x_1-x_2\le 8\end{cases}$.

Контрольные вопросы к рейтинг-контролю №3

1. Найти все точки локального безусловного минимума у следующих функций.
   1. $f(x_1,x_2) = (x_1 + x_2 - 1)^2 + x_1 - 2x_2$;
   2. $f(x_1,x_2) = (x_1 - x_2 + 1)^2 + (x_1 + x_2 - 1)^2$;
   3. $f(x_1,x_2) = (x_1^2 + x_2 + 2)^2 - x_1^2$;
   4. $f(x_1,x_2) = (x_1 - 2x_2^2 + 1)^2 + x_1$;
   5. $f(x_1,x_2) = (x_1^2 + x_2^2 + 1)^2 + x_1^2 - x_2^2$;
   6. $f(x_1,x_2) = (x_1^2 - x_2^2 + 4)^2 + x_1^2$;
   7. $f(x_1,x_2) = (x_1^2 + 2x_2 + 1)^2 - 4x_2^2$;
   8. $f(x_1,x_2) = (x_1 + x_2 + 3)^2 - x_1 + 2x_2$;
   9. $f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 + 2x_2 - x_3)^2 + (x_1 + x_2)^2 + (x_3 - 5)^2$;
   10. $f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 - 2x_2)^2 + (x_2 - 2x_3)^2 + (x_3 - 4)^2$;
   11. $f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 - 2x_2)^2 + (x_2 - 2x_3)^2 + (x_3 - 2x_1)^2 + (x_1 - 1)^2$;
   12. $f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 + 2x_2 + 4x_3)^2 + (x_1 - x_2 + 1)^2 + (x_2 + x_3 - 1)^2$;
   13. $f(x_1,x_2) = x_1^3 + 2x_1^2 + x_1x_2 + 2x_1 - x_2^2$;

14. $f(x_1,x_2) = 2x_1^3 - x_1^2 + 3x_1x_2 - x_1 + 4x_2^2$;
15. $f(x_1,x_2) = x_1^3 + 5x_1^2 - 8x_1x_2 - x_1 + 4x_2^2$;
16. $f(x_1,x_2) = 10x_1^2 - x_1^3 + x_1x_2 + x_2^2$;
17. $f(x_1,x_2) = x_1^3 + x_1^2 - x_1x_2 + x_1 + x_2^2$;
18. $f(x_1,x_2) = x_1(5/3x_1^2 - x_1 - 1) + x_2(2x_1 + x_2)$;
19. $f(x_1,x_2) = x_1(-x_1^2 + x_1 + 4) + x_2(2x_1 + x_2)$;
20. $f(x_1,x_2) = 5x_1(x_1^2 + x_1 - 1) + 3x_2(x_1 + x_2)$;
21. $f(x_1,x_2) = 2x_1(x_1^2 + 2x_1 - 3/2) + 2x_2(-x_1 + x_2)$;
22. $f(x_1,x_2) = x_1(-x_1^2 + 5x_2) + 4x_2(x_1 + 2x_2)$;
23. $f(x_1,x_2) = 2x_1(2x_1^2 + x_1 - 1) + 2x_2(x_1 - x_2)$;
24. $f(x_1,x_2) = x_1(1 - x_1^2 + 6x_1) - x_2(x_1 + x_2)$.

2. Решить следующие задачи на условный минимум.

1. $(x_1 + x_2 - 1)^2 + (2x_1 - x_2 + 1)^2 \to min;\ x_1 - x_2 = 1.$
2. $(x_1 + 2x_2 - 1)^2 + (x_1+x_2)^2 \to min;\ x_1 + x_2 = 1.$
3. $(x_1 + 3x_2 - 6)^2 + x_1 \to min;\ x_1 - x_2 = 0.$
4. $(x_1 - x_2 + 1)^2 - x_2 \to min;\ 2x_1 + x_2 = 2.$
5. $x_1 + x_2 \to min;\ 2x_1^2 + x_2^2 = 4.$
6. $2x_1 + x_2 \to min;\ 2x_1^2 + x^2{}_2 = 4.$
7. $x_1 \to min;\ (x_1 + x_2)^2 + x_1^2 = 1.$
8. $x_1 - x_2 \to min;\ x_1^2 + x_2^2 = 1.$
9. $x_1^2 + x_2 \to min;\ x_1^2 + x_2^2 = 1.$
10. $x_1^2 + x_2^2 \to min;\ 2x_1^2 + x_2^2 = 4.$
11. $x_1^2 + 2x_2^2 \to min;\ x_1^2 + x_2^2 = 4$
12. $x_1^2 + 2x_2^2 \to min;\ 2x_1^2 + x_2^2 = 4.$
13. $(x_1 - x_2 + x_3 - 1)^2 + x^2{}_2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3 = 1.$
14. $(x_1 - 2x_2)^2 + (x_2 + x_3)^2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3 = 1.$
15. $(x_1 + x_2 + x_3 - 1)^2 + (x_1 - x_2)^2 \to min;\ x_1 + x_2 - x_3 = 1.$
16. $(x_1 - x_2)^2 + (x_1 + x_3)^2 \to min;\ x_2 + x_3 = 4.$
17. $(x_1 - x_2 + x_3 + 1)^2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3 = 1,\ x_1 - x_2 - x_3 = 2.$
18. $(x_1 + x_3)^2 + (x_1 + x_2)^2 \to min;\ x_1 + 2x_3 = 4,\ x_2 + 2x_3 = 6.$
19. $(x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4)^2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3 = 1,\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0.$
20. $x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to min;\ x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 = 1.$
21. $x_1 - x_2 + x_3 \to min;\ x_1^2 + x_2^2 - x_3 = 1.$
22. $x_1 + x_2 + x_3 \to min;\ x_1^2 + x_2 + x_3 = 1.$
23. $x_1^2 + x_2 + x_3 \to min;\ x_1^2 + 2x_2 + x_3 = 1.$
24. $x_1^2 + x_2^2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3^2 = 1.$

3. Найти все точки локального условного минимума у следующих функций при наличии ограничения $x \geq 0$.

a. $f(x_1,x_2) = (x_1 + x_2 - 1)^2 + x_1 - 2x_2$;
b. $f(x_1,x_2) = (x_1 - x_2 + 1)^2 + (x_1 + x_2 - 1)^2$;
c. $f(x_1,x_2) = (x_1^2 + x_2 + 2)^2 - x_1^2$;
d. $f(x_1,x_2) = (x_1 - 2x_2^2 + 1)^2 + x_1$;
e. $f(x_1,x_2) = (x_1^2 + x_2^2 + 1)^2 + x_1^2 - x_2^2$;
f. $f(x_1,x_2) = (x_1^2 - x_2^2 + 4)^2 + x_1^2$;
g. $f(x_1,x_2) = (x_1^2 + 2x_2 + 1)^2 - 4x_2^2$;
h. $f(x_1,x_2) = (x_1 + x_2 + 3)^2 - x_1 + 2x_2$;
i. $f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 + 2x_2 - x_3)^2 + (x_1 + x_2)^2 + (x_3 - 5)^2$;
j. $f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 - 2x_2)^2 + (x_2 - 2x_3)^2 + (x_3 - 4)^2$;
k. $f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 - 2x_2)^2 + (x_2 - 2x_3)^2 + (x_3 - 2x_1)^2 + (x_1 - 1)^2$;
l. $f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 + 2x_2 + 4x_3)^2 + (x_1 - x_2 + 1)^2 + (x_2 + x_3 - 1)^2$;
m. $f(x_1,x_2) = x_1^3 + 2x_1^2 + x_1x_2 + 2x_1 - x_2^2$;
n. $f(x_1,x_2) = 2x_1^3 - x_1^2 + 3x_1x_2 - x_1 + 4x_2^2$;
o. $f(x_1,x_2) = x_1^3 + 5x_1^2 - 8x_1x_2 - x_1 + 4x_2^2$;
p. $f(x_1,x_2) = 10x_1^2 - x_1^3 + x_1x_2 + x_2^2$;
q. $f(x_1,x_2) = x_1^3 + x_1^2 - x_1x_2 + x_1 + x_2^2$;

r. $f(x_1,x_2) = x_1(5/3x_1^2 - x_1 - 1) + x_2(2x_1 + x_2)$;
s. $f(x_1,x_2) = x_1(-x_1^2 + x_1 + 4) + x_2(2x_1 + x_2)$;
t. $f(x_1,x_2) = 5x_1(x_1^2 + x_1 - 1) + 3x_2(x_1 + x_2)$;
u. $f(x_1,x_2) = 2x_1(x_1^2 + 2x_1 - 3/2) + 2x_2(-x_1 + x_2)$;
v. $f(x_1,x_2) = x_1(-x_1^2 + 5x_2) + 4x_2(x_1 + 2x_2)$;
w. $f(x_1,x_2) = 2x_1(2x_1^2 + x_1 - 1) + 2x_2(x_1 - x_2)$;
x. $f(x_1,x_2) = x_1(1 - x_1^2 + 6x_1) - x_2(x_1 + x_2)$.

4. Решить следующие задачи на условный минимум заменяя ограничение типа «=» на ограничение типа «≤».

1. $(x_1 + x_2 - 1)^2 + (2x_1 - x_2 + 1)^2 \to min;\ x_1 - x_2 = 1$.
2. $(x_1 + 2x_2 - 1)^2 + (x_1+x_2)^2 \to min;\ x_1 + x_2 = 1$.
3. $(x_1 + 3x_2 - 6)^2 + x_1 \to min;\ x_1 - x_2 = 0$.
4. $(x_1 - x_2 + 1)^2 - x_2 \to min;\ 2x_1 + x_2 = 2$.
5. $x_1 + x_2 \to min;\ 2x_1^2 + x_2^2 = 4$.
6. $2x_1 + x_2 \to min;\ 2x_1^2 + x^2_2 = 4$.
7. $x_1 \to min;\ (x_1 + x_2)^2 + x_1^2 = 1$.
8. $x_1 - x_2 \to min;\ x_1^2 + x_2^2 = 1$.
9. $x_1^2 + x_2 \to min;\ x_1^2 + x_2^2 = 1$.
10. $x_1^2 + x_2^2 \to min;\ 2x_1^2 + x_2^2 = 4$.
11. $x_1^2 + 2x_2^2 \to min;\ x_1^2 + x_2^2 = 4$
12. $x_1^2 + 2x_2^2 \to min;\ 2x_1^2 + x_2^2 = 4$.
13. $(x_1 - x_2 + x_3 - 1)^2+x^2_2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3 = 1$.
14. $(x_1 - 2x_2)^2 + (x_2 + x_3)^2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3 = 1$.
15. $(x_1 + x_2 + x_3 - 1)^2+(x_1 - x_2)^2 \to min;\ x_1 + x_2 - x_3 = 1$.
16. $(x_1 - x_2)^2 + (x_1 + x_3)^2 \to min;\ x_2 + x_3 = 4$.
17. $(x_1 - x_2 + x_3 + 1)^2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3 = 1,\ x_1 - x_2 - x_3=2$.
18. $(x_1 + x_3)^2 + (x_1 + x_2)^2 \to min;\ x_1 + 2x_3 = 4,\ x_2 + 2x_3 = 6$.
19. $(x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4)^2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3 = 1,\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0$.
20. $x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to min;\ x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 = 1$.
21. $x_1 - x_2 + x_3 \to min;\ x_1^2 + x_2^2 - x_3 = 1$.
22. $x_1 + x_2 + x_3 \to min;\ x_1^2 + x_2 + x_3 = 1$.
23. $x_1^2 + x_2 + x_3 \to min;\ x_1^2 + 2x_2 + x_3 = 1$.
24. $x_1^2 + x_2^2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3^2 = 1$.

6 семестр

Контрольные вопросы к рейтинг-контролю №1

Постройте генетический алгоритм для решения условной задачи оптимизации:

1. $(x_1 + x_2 - 1)^2 + (2x_1 - x_2 + 1)^2 \to min;\ x_1 - x_2 = 1$.
2. $(x_1 + 2x_2 - 1)^2 + (x_1+x_2)^2 \to min;\ x_1 + x_2 = 1$.
3. $(x_1 + 3x_2 - 6)^2 + x_1 \to min;\ x_1 - x_2 = 0$.
4. $(x_1 - x_2 + 1)^2 - x_2 \to min;\ 2x_1 + x_2 = 2$.
5. $x_1 + x_2 \to min;\ 2x_1^2 + x_2^2 = 4$.
6. $2x_1 + x_2 \to min;\ 2x_1^2 + x^2_2 = 4$.
7. $x_1 \to min;\ (x_1 + x_2)^2 + x_1^2 = 1$.
8. $x_1 - x_2 \to min;\ x_1^2 + x_2^2 = 1$.
9. $x_1^2 + x_2 \to min;\ x_1^2 + x_2^2 = 1$.
10. $x_1^2 + x_2^2 \to min;\ 2x_1^2 + x_2^2 = 4$.
11. $x_1^2 + 2x_2^2 \to min;\ x_1^2 + x_2^2 = 4$
12. $x_1^2 + 2x_2^2 \to min;\ 2x_1^2 + x_2^2 = 4$.
13. $(x_1 - x_2 + x_3 - 1)^2+x^2_2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3 = 1$.
14. $(x_1 - 2x_2)^2 + (x_2 + x_3)^2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3 = 1$.
15. $(x_1 + x_2 + x_3 - 1)^2+(x_1 - x_2)^2 \to min;\ x_1 + x_2 - x_3 = 1$.
16. $(x_1 - x_2)^2 + (x_1 + x_3)^2 \to min;\ x_2 + x_3 = 4$.

17. $(x_1 - x_2 + x_3 + 1)^2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3 = 1,\ x_1 - x_2 - x_3 = 2.$
18. $(x_1 + x_3)^2 + (x_1 + x_2)^2 \to min;\ x_1 + 2x_3 = 4,\ x_2 + 2x_3 = 6.$
19. $(x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4)^2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3 = 1,\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0.$
20. $x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to min;\ x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 = 1.$
21. $x_1 - x_2 + x_3 \to min;\ x_1^2 + x_2^2 - x_3 = 1.$
22. $x_1 + x_2 + x_3 \to min;\ x_1^2 + x_2 + x_3 = 1.$
23. $x_1^2 + x_2 + x_3 \to min;\ x_1^2 + 2x_2 + x_3 = 1.$
24. $x_1^2 + x_2^2 \to min;\ x_1 + x_2 + x_3^2 = 1.$

Контрольные вопросы к рейтинг-контролю № 2

1. Для развития двух отраслей производства, I и II, на 5 лет выделено x средств. Количество Средств y, вложенных в отрасль I, позволяет получить за один год доход $\varphi(y) = y^2$ и уменьшается до величины $\psi(y) = 0{,}75y$. Количество средств x-y, вложенных в отрасль II, позволяет получить за один uод доход $\varsigma(x - y) = 2(x - y)^2$ и уменьшается до величины $\rho(x - y) = 0{,}3(x - y)$. Необходимо так распределить выделенные ресурсы между отраслями по годам планируемого периода, чтобы полный доход был максимальным.
2. По истечении каждого месяца некоторое количество биомассы y сдается потребителю, причем предприятие получает доход ky, а оставшееся количество биомассы z за месяц вновь увеличивается до величины az $(a > 1)$. Производственные затраты зависят от z и определяются функцией $\varphi(z) = \varepsilon z^2$, где ε – заданное число.

   Определить такие объемы поставок, чтобы в течение N месяцев предприятие получало максимальный суммарный доход. Построить математическую модель, составить функциональные уравнения и решить задачу при следующих значениях параметров: $\kappa = 10;\ \varepsilon = 0{,}1;\ a = 2;\ N = 12;$ количество биомассы к концу первого месяца x = 150.
3. Стержень длинной 167 ед. Раскроить на заготовки длинной $l_1 = 48,\ l_2 = 44,\ l_3 = 32,\ l_4 = 20$, стоимость которых соответственно равна $C_1 = 96,\ C_2 = 85,\ C_3 = 64,\ C_4 = 65$, так, чтобы суммарная стоимость полученных заготовок была наибольшей.
4. Определить оптимальный цикл замены оборудования для получения максимальной прибыли при условиях, заданных в таблице; известно, что (t) = 0.

T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$J(t)$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0
$P(t)$	10	10	11	11	12	12	13	13	14	14	15	15	15

5. Решить задачу 4, учитывая остаточную стоимость оборудования, изменяющуюся по закону, который приведен в таблице:

T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$S(t)$	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0

6. Для производства определенного продукта предлагается построить несколько предприятий. При этом известны: суммарная производственная мощность этих предприятий; наибольшая и наименьшая производственные мощности каждого из них; зависимость себестоимости продукции на каждом предприятии от его производственной мощности. Выбрать производственные мощности предприятия так, чтобы суммарная себестоимость продукции была минимальной. Построить математическую модель задачи и убедиться в возможности решения ее методом динамического программирования.

Контрольные вопросы к рейтинг-контролю №3

Решить следующие задачи в предположении, что поток поступающих заявок является простейшим, и длительность обслуживания одной заявки распределена по показательному закону.

1. Дежурный по администрации города имеет пять телефонов. Телефонные звонки поступают с интенсивностью 90 заявок в час, средняя продолжительность разговора составляет 2 мин. Определить показатели дежурного администратора как объекта СМО.

2. На стоянке автомобилей возле магазина имеются 3 места, каждое из которых отводится под один автомобиль. Автомобили пребывают на стоянку с интенсивностью 20 автомобилей в час. Продолжительность пребывания автомобилей на стоянке составляет в среднем 15 мин. Стоянка на проезжей части не разрешается. Определить среднее количество мест, не занятых автомобилями, и вероятность того, что прибывший автомобиль не найдет на стоянке свободного места.
3. АТС предприятия обеспечивает не более переговоров одновременно. Средняя продолжительность разговоров составляет 1 мин. На станцию поступает в среднем 10 вызовов в сек. Определить характеристики АТС как объекта СМО.
4. В грузовой речной порт поступает в среднем 6 сухогрузов в сутки. В порту имеется три крана, каждый из которых обслуживает 1 сухогруз в среднем за 8 часов. Краны работают круглосуточно. Определить характеристики работы порта как объекта СМО и в случае необходимости дать рекомендации по улучшению его работы.
5. В службе «Скорой помощи» поселка круглосуточно дежурят 3 диспетчера, обслуживающие 3 телефонных аппарата. Если заявка на вызов врача к больному поступает, когда диспетчеры заняты, то абонент получает отказ. Поток заявок составляет 4 вызова в минуту. Оформление заявки в среднем длится 1,5 мин. Определить основные показатели работы службы «Скорой помощи» как объекта СМО и рассчитать, сколько потребуется телефонных аппаратов, чтобы удовлетворить не менее 90% поступающих вызовов врачей.
6. Салон – парикмахерская имеет 4 мастера. Входящий поток имеет интенсивность 5 человек в час. Среднее время обслуживания одного клиента составляет 40 мин. Определить среднюю длину очереди на обслуживание, считая ее неограниченной.
7. На автозаправочной станции установлены 2 колонки для выдачи бензина. Около станции находится площадка на 2 автомашины для ожидания заправки. На станцию пребывает в среднем одна автомашина в 3 мин. Среднее время обслуживания одной машины составляет 2 мин. Определить характеристики работы автозаправочной станции как объекта СМО.
8. На вокзале в мастерской бытового обслуживания работают три мастера. Если клиент заходит в мастерскую, когда все мастера заняты, то он уходит из мастерской, не ожидая обслуживания. Среднее число клиентов, обращающихся в мастерскую за 1 час, равно 20. Среднее время, которое затрачивает мастер на обслуживание одного клиента, равно 6 мин. Определить вероятность того, что клиент получит отказ, будет обслужен, а также среднее число клиентов, обслуживаемых мастерской в течении 1 часа, и среднее число занятых мастеров.
9. АТС поселка обеспечивает не более переговоров одновременно. Время переговоров в среднем составляет около 3 мин. Вызовы на станцию поступают в среднем через 2 мин. Определить вероятность того, что заявка получит отказ, среднее число занятых каналов, абсолютную пропускную способность АТС.
10. На автозаправочной станции имеются три колонки. Площадка при станции, на которой машины ожидают заправку , может вместить не более одной машины, и если она занята, то очередная машина, прибывшая к станции, в очередь не становится, а проезжает на соседнюю станцию. В среднем машины пребывают на станцию каждые 2 мин. Процесс заправки одной машины продолжается в среднем 2,5 мин. Определить вероятность отказа, абсолютную пропускную способность АЗС, среднее число машин, ожидающих заправку, среднее время ожидания машины в очереди, среднее время пребывания машины на АЗС (включая обслуживание).

5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен).

Примерный перечень вопросов к экзамену, 5 семестр

1. Математическая постановка задачи оптимизации. Классификация задач оптимизации. Основные определения методов оптимизации.
2. Математическая модель задачи линейного программирования. Прикладные примеры задач линейного программирования.
3. Геометрический смысл решения задачи линейного программирования.
4. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.
5. Двойственная задача. Теоремы двойственности.
6. Целочисленное программирование.
7. Постановка задачи оптимизации для функций одной переменной. Классический метод.
8. Минимизация функций одной переменной. Метод деления отрезка пополам (Дихотомии).
9. Минимизация функций одной переменной. Симметричные методы. Метод Фибоначчи.
10. Минимизация функций одной переменной. Симметричные методы. Метод золотого сечения.
11. Минимизация функций одной переменной. Липшевость функции. Оценка константы Липшица.
12. Минимизация функций одной переменной. Метод ломаных. Описание алгоритма. Численная реализация метода ломаных.
13. Минимизация функций одной переменной. Метод ломаных. Теорема о сходимости метода ломаных.
14. Минимизация функций одной переменной. Методы перебора. Методы пассивного и последовательного перебора.
15. Выпуклые функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (критерий выпуклости).
16. Выпуклые функции одной переменной. Теоремы о непрерывности, гладкости и липшевости выпуклой функции.
17. Выпуклые функции одной переменной. Теорема о касательной. Следствие теоремы о касательной.
18. Выпуклые функции одной переменной. Теорема о минимуме выпуклой функции.
19. Выпуклые функции одной переменной. Свойства выпуклых функций. Необходимые и достаточные условия выпуклости.
20. Минимизация функций одной переменной. Метод касательных. Описание алгоритма. Теорема о сходимости метода касательных.
21. Постановка задачи оптимизации для функций многих переменных. Основные определения. Теоремы о существовании минимума функции многих переменных.
22. Классический метод решения задачи условной и безусловной оптимизации для функций многих переменных.
23. Метод множителей Лагранжа оптимизации функций многих переменных.
24. Выпуклые множества. Основные определения и свойства.
25. Выпуклые функции многих переменных. Теорема о минимуме выпуклой функции.
26. Выпуклые функции многих переменных. Критерий выпуклости.
27. Выпуклые функции многих переменных. Критерий оптимальности.
28. Выпуклые функции многих переменных. Свойства выпуклых функций многих переменных.
29. Проекция точки на множество.
30. Задача выпуклого программирования. Седловая точка функции Лагранжа. Необходимый и достаточный признак седловой точки.
31. Задача выпуклого программирования. Взаимосвязь её решения с седловой точкой.
32. Задача выпуклого программирования. Теоремы Куна-Таккера.
33. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Общая идея градиентных методов. Способы выбора шага метода.
34. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Градиентный метод наискорейшего спуска. Геометрический смысл.
35. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Метод проекций градиента. Геометрический смысл.
36. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Метод условного градиента. Геометрический смысл.
37. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Метод Ньютона.
38. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Метод покоординатного спуска. Теорема о сходимости метода покоординатного спуска.
39. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Метод множителей Лагранжа.

40. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Метод штрафных функций. Описание алгоритма.
41. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Сходимость метода штрафных функций.
42. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Методы случайного поиска.

Примерный перечень вопросов к экзамену, 6 семестр

1. Генетические алгоритмы. Принцип действия.
2. Генетические алгоритмы. Основные компоненты.
3. Операторы генетического алгоритмы.
4. Настройка параметров генетического алгоритма.
5. Муравьиный алгоритм. Классический муравьиный алгоритм.
6. Модификации классического муравьиного алгоритма.
7. Постановка задачи динамического программирования.
8. Многошаговые процессы принятия решений.
9. Метод динамического программирования.
10. Принцип оптимальности Беллмана. Схема Беллмана.
11. Постановка задачи оптимального управления.
12. Принцип максимума Понтрягина.
13. Основные понятия теории игр.
14. Матричные игры.
15. Игры с нулевой суммой.
16. Игры с чистыми и смешанными стратегиями.
17. Основные понятия теории массового обслуживания.
18. Понятие потока событий. Пуассоновский поток событий.
19. Одноканальные и многоканальные системы массового обслуживания.
20. Системы массового обслуживания с ожиданием.
21. Системы массового обслуживания с отказами.
22. Системы массового обслуживания с преимуществами.

5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине включает в себя следующие виды деятельности:

1) проработку учебного материала по конспектам, учебной и научной литературе;
2) подготовку к лабораторным занятиям;
3) подготовку по всем видам контрольных мероприятий, в том числе к текущему контролю знаний и промежуточной аттестации.

Темы для самостоятельной работы студентов, 5 семестр

1. Дайте определение унимодальной функции.
2. Каким образом в методе дихотомии гарантируется попадание точки минимума u^* в отрезок $[a_k, b_k]$ при любом $k>0$?
3. Чем отличается метод дихотомии от метода золотого сечения?
4. Почему в методе золотого сечения, начиная со второй итерации, необходимо вычислять только один раз значение функции $J(u)$ место двух в методе дихотомии?
5. Какой из рассмотренных в лабораторной работе методов сходится быстрее и почему?
6. Дайте определение липшицевой функции.
7. Геометрическая интерпретация липшицевости функции.
8. Будет ли ломанная линия, получаемая при помощи метода ломанных, пересекать график функции $J(u)$ и почему.
9. К чему может привести заниженная оценка константы Липшица и почему?
10. Дайте определение выпуклой функции.
11. Геометрическая интерпретация выпуклой функции.

12. Всякая ли «липшицева» функция является выпуклой, и наоборот, всякая ли выпуклая функция является «липшицевой» и почему?
13. Каким образом определяется точка u_{k+1} после построения ломанной $g_k(u)$ в методе касательных?
14. Дайте определение градиента функции.
15. В какую сторону направлен вектор градиента.
16. Чем отличается метод условного градиента от метода наискорейшего спуска? Для какого класса задач используется метод условного градиента?
17. Дайте определения выпуклого множества.
18. Докажите, что отрезок является выпуклым множеством.
19. Что такое вспомогательное приближение в методе условного градиента и для чего оно используется?
20. Почему $k+1$ приближение, получаемое по формуле метода условного градиента, не выходит за пределы выпуклого множества U?
21. Опишите идею метода покоординатного спуска.
22. Геометрический смысл метода покоординатного спуска.
23. Приведите формулу перебора координатных направлений.
24. Что называют удачной итерацией?
25. В каких случаях выполняется дробление шага?
26. Каково условие сходимости метода?
27. Дайте характеристику метода покоординатного спуска в сравнении с градиентными методами.
28. Приведите преимущества и недостатки метода покоординатного спуска.
29. Опишите идею метода штрафных функций.
30. Дайте определение штрафной функции.
31. Приведите примеры штрафных функций?
32. Каким образом решается вспомогательная задача в методе штрафных функций, какой способ применен в данной работе?
33. Каково условие сходимости метода?
34. Дайте характеристику метода штрафных функций в сравнении с ранее рассмотренными методами.
35. Приведите преимущества и недостатки метода штрафных функций.

Темы для самостоятельной работы студентов, 6 семестр

1. Интеллектуальные методы оптимизации.
2. Основные понятия оптимального управления.
3. Многошаговые процессы принятия решений.
4. Сформулируйте задачу динамического программирования.
5. Дайте геометрическую интерпретацию задачи динамического программирования.
6. В чем состоит сущность принципа поэтапного построения оптимального управления?
7. Составьте функциональное уравнение для задачи распределения ресурсов.
8. Сформулируйте задачу о замене и составьте её функциональное уравнение.
9. Расскажите алгоритм решения задачи определения кратчайших расстояний по заданной сети.
10. Какие процессы называют детерминированными?
11. Кем впервые был сформулирован принцип оптимальности?
12. Что называют условным максимумом?
13. Какие уравнения называют уравнениями Беллмана?
14. Основные понятия теории игр.
15. Игры с нулевой суммой.
16. Игры с чистыми и смешанными стратегиями.
17. Сведение матричной игры к модели линейного программирования.
18. Пуассоновский поток событий.
19. Одноканальные и многоканальные системы массового обслуживания.
20. Обслуживание систем массового обслуживания с ожиданием.
21. Системы массового обслуживания с отказами.
22. Обслуживание систем массового обслуживания с преимуществами.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом..

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
Шапкин, А. С. Математические методы и модели исследования операций : учебник / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. – 7-е изд. – М. : Дашков и К, 2019. – 398 с. – ISBN 978-5-394-02736-9. – Текст : электронный //	2019	http://www.iprbookshop.ru/85661.html
Мицель, А. А. Методы оптимизации : учебное пособие / А. А. Мицель, А. А. Шелестов, В. В. Романенко. – Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2017. – 198 с. – ISBN 2227-8397. – Текст : электронный //	2017	http://www.iprbookshop.ru/72127.html
Диязитдинова, А. Р. Исследование операций и методы оптимизации : учебное пособие / А. Р. Диязитдинова. – Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. – 167 с. – ISBN 2227-8397. – Текст : электронный //	2017	http://www.iprbookshop.ru/75377.html
Кинторяк, Е. Н. «Исследование операций». Линейное программирование : методическое пособие для студентов экономических специальностей / Е. Н. Кинторяк. – Симферополь : Университет экономики и управления, 2018. – 53 с. – ISBN 2227-8397. – Текст : электронный //	2018	http://www.iprbookshop.ru/86402.html
Дополнительная литература		
Методы оптимизации в примерах в пакете MathCAD 15. Часть I : учебное пособие / И. В. Кудрявцева, С. А. Рыков, С. В. Рыков, Е. Д. Скобов. – СПб. : Университет ИТМО, Институт холода и биотехнологий, 2016. – 166 с. – ISBN 2227-8397. – Текст : электронный //	2016	http://www.iprbookshop.ru/67288.html
Методы оптимизации в примерах в пакете MathCad 15. Часть II : учебное пособие / С. В. Рыков, И. В. Кудрявцева, С. А. Рыков, В. А. Рыков. – СПб. : Университет ИТМО, 2016. – 178 с. – ISBN 978-5-9906483-1-9. – Текст : электронный //	2016	http://www.iprbookshop.ru/67287.html
Половина, И. П. Исследование операций : сборник заданий / И. П. Половина. – Пермь : Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2017. – 80 с. – ISBN 978-5-85218-869-7. – Текст : электронный //	2017	http://www.iprbookshop.ru/70625.html

6.2. Периодические издания

1. Журнал «Вестник Российской академии наук», ISSN 0869-5873
2. Журнал «Вестник компьютерных и информационных технологий», ISSN 1810-7206.
3. «Информационные технологии» Ежемесячный теоретический и прикладной научно-технический журнал ISSN 1684-6400 Подписной индекс 72656
4. Журнал «Бизнес-информатика» – рецензируемый междисциплинарный научный журнал, выпускаемый с 2007 года Национальным исследовательским университетом «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ). Администрирование журнала осуществляется Школой бизнес-информатики НИУ ВШЭ.
5. Журнал «Вестник Института экономики РАН»
6. Журнал «Вестник компьютерных и информационных технологий»
7. Журнал «Вестник МГУ: экономика»
8. Журнал «Вестник Российского экономического университета им. Плеханова»
9. Журнал «Вестник финансового университета»
10. Журнал «Вопросы экономики»
11. Журнал «Вычислительные технологии»

6.3. Интернет-ресурсы

1. http://www.exponenta.ru – Образовательный математический портал.
2. http://www.kxlab.com - сайт _kx Лаборатории. Отправная точка поиска информации о новейших научных разработках в области вычислительной математики, автоматизации моделирования и программных продуктах _kx Лаборатории.
3. www.mathhelpplanet.com - некоммерческий математический форум, на котором можно получить консультацию и реальную помощь в решении по практически любому вопросу, связанному с математикой и многочисленными её приложениями.
4. www.csin.ru - Образовательный интернет-проект, посвященный computer science и смежным дисциплинам. Мы формируем коммьюнити людей, профессионально занимающихся или даже просто интересующихся данной тематикой. Также мы собираем информацию, например, русскоязычные курсы по информатике.
5. www.teorver.ru - Портал, посвященный таким разделам математики, как теория вероятностей, математическая статистика, теория массового обслуживания, математическая теория телетрафика и другим приложениям теории вероятностей.
6. http://edu.ru - Федеральный портал "Российское образование", поддерживаемый ФГУ ГНИИ ИТТ "Информика". Каталог интернет-ресурсов по предметам.
7. http://www.mathtree.ru - Древовидный каталог математических ресурсов содержит информацию о кафедрах, персонах, публикациях, библиотеках, журналах и т.п.
8. http://www.mathnet.ru/ - Общероссийский математический портал, предоставляющий российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.
9. http://algolist.manual.ru - Сайт, посвященный алгоритмам и методам программирования.
10. http://www.ecsocman.edu.ru/ - Образовательный портал - экономика, социология, менеджмент.
11. http://www.fea.ru/ - Портал лаборатории "Вычислительная механика" физикомеханического факультета СПбГПУ.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, лабораторных занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Лабораторные занятия проводятся в компьютерном классе (100-3, 122б-3, 511б-3 или аналогичной аудитории в зависимости от сетки расписания).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Прикладное программное обеспечение: Браузер; Adobe Reader; MS Word; MS Excel; MS PowerPoint и д.р.
2. Среда разработки MS Visual Studio или аналоги.
3. Прикладные математические пакеты: MatLab, MathCad, Maple;; и др.

Рабочую программу составил доц. каф. ФиПМ Абрахин С.И.
(ФИО, должность, подпись)

Рецензент
Генеральный директор ООО «ФС Сервис» ____________________ Д.С. Квасов
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФиПМ
Протокол №1 от 30.08.2021 года
Заведующий кафедрой ____________________ С.М. Аракелян
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
на заседании учебно-методической комиссии направления 01.03.02
Протокол №1 от 30.08.2021 года
Председатель комиссии ____________________ С.М. Аракелян
(ФИО, должность, подпись)

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на 20 22 / 20 23 учебный года
Протокол заседания кафедры № 1 от 30.08.2021 года
Заведующий кафедрой С.И. Абрахин

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года
Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года
Заведующий кафедрой____________________

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года
Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года
Заведующий кафедрой____________________