

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики



УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Хорьков К.С.

« 30 » 08 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

(наименование дисциплины)

направление подготовки / специальность

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

(код и наименование направления подготовки (специальности))

направленность (профиль) подготовки

**Математическое и компьютерное моделирование,
программирование и системный анализ**

(направленность (профиль) подготовки)

г. Владимир

2021

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Комплексный анализ» — ознакомление с теорией функций комплексного переменного и ее приложениями к задачам математики, физики и техники.

Задачи:

- изучить основные положения теории функций комплексного переменного;
- научиться применять методы комплексного анализа для решения прикладных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к обязательной части учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: алгебра и геометрия, математический анализ, дифференциальные уравнения.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает принципы использования фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Умеет использовать базовые знания из области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Знать базовые навыки, полученные в области математических и (или) естественных наук; Уметь использовать базовые знания из области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности; Владеть навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1. Знает математические основы, основные положения и концепции в области программирования. ОПК-2.1. Умеет осуществлять обоснованный выбор математических и компьютерных методов, а также необходимого	Знать – расширенные навыки в области математики; – математические основы, основные положения и концепции в области программирования; – архитектуру языков программирования; – основную терминологию в области программного	Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации

	<p>программного обеспечения при решении задач профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-2.3. Владеет навыками применения математических и компьютерных методов и программного обеспечения при решении конкретных задач.</p>	<p>обеспечения;</p> <p>Уметь осуществлять обоснованный выбор математических и компьютерных методов, а также необходимого программного обеспечения при решении задач профессиональной деятельности;</p> <p>Владеть навыками применения данных методов и программного обеспечения при решении конкретных задач.</p>	
--	--	---	--

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Комплексные числа и комплексная плоскость	4	1-2	4	2		3	4	
2	Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность и производная	4	3-4	4	2		3	4	
3	Интеграл функции комплексного переменного	4	5-8	8	4		6	18	Рейтинг-контроль 1
4	Функциональные последовательности и ряды. Семейства функций, зависящих от параметра	4	9-10	4	2		3	4	
5	Ряды Тейлора. Нули	4	11-12	4	2		3	4	Рейтинг-контроль 2
6	Ряды Лорана. Вычеты	4	13-16	8	4		6	18	
7	Гармонические функции. Конформные отображения	4	17-18	4	2		3	2	Рейтинг-контроль 3
Всего за 4 семестр:				36	18		54		Зачет
Итого по дисциплине				36	18		54		Зачет

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Раздел 1. Комплексные числа и комплексная плоскость

Тема 1. Комплексные числа. Множества на комплексной плоскости. Комплексные числа. Вещественная и мнимая части. Арифметические операции. Операция сопряжения. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Формы записи комплексного числа. Свойства модуля, операции сопряжения и $e^{i\varphi}$. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексных чисел. Окружность, открытый и замкнутый круг, кольцо на комплексной плоскости. Окрестность и проколота окрестность точки. Предельные точки множества. Открытые и замкнутые множества. Ограниченные множества. Связные множества. Область, замкнутая область. Граница области. Односвязные и многосвязные области. Непрерывные и кусочно-гладкие кривые. Начало и конец кривой. Замкнутые кривые. Жордановы кривые. Формулировка теоремы Жордана. Внутренность и внешность жорданова контура. Стереографическая проекция. Бесконечно удаленная точка.

Тема 2. Числовые последовательности и ряды. Числовые последовательности и ряды, их сходимость. Связь с вещественными последовательностями и рядами. Свойства сходящихся последовательностей и рядов. Необходимый признак сходимости. Формула Эйлера.

Раздел 2. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность и производная

Тема 1. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность. Функция комплексного переменного. Область определения и область значений. Однозначность, многозначность, однолиственность. Геометрический смысл функции комплексного переменного. Вещественная и мнимая части функции. Сложная функция. Обратная функция. Предел функции комплексного переменного. Связь с пределами вещественной и мнимой части. Свойства предела функции. Непрерывность функции комплексного переменного в точке и на множестве. Связь с непрерывностью вещественной и мнимой части. Локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на ограниченных замкнутых множествах.

Тема 2. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Производная и дифференцируемость функции в точке. Аналитичность функции в области. Условия Коши-Римана. Следствие. Правила дифференцирования. Геометрический смысл производной функции комплексного переменного. Основные элементарные функции.

Раздел 3. Интеграл функции комплексного переменного

Тема 1. Интеграл функции комплексного переменного. Интеграл функции комплексного переменного. Формула вычисления интеграла. Свойства интеграла.

Тема 2. Теорема Коши. Теорема Коши и ее обобщения. Независимость интеграла аналитической функции от пути интегрирования. Первообразная функции комплексного переменного. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.

Тема 3. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля.

Тема 4. Производные высших порядков. Теорема Лиувилля. Теорема Мореры. Производные высших порядков. Интегральные формулы для производных. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. Теорема Мореры.

Раздел 4. Функциональные последовательности и ряды. Семейства функций, зависящих от параметра

Тема 1. Равномерная сходимость. Равномерная сходимость последовательности функций и функционального ряда в области и на кривой. Семейства функций, зависящих от параметра. Теорема Вейерштрасса. Непрерывность предела и суммы, почленное интегрирование при равномерной сходимости. Аналитичность суммы равномерно сходящегося функционального ряда. Почленное дифференцирование равномерно сходящегося функционального ряда.

Тема 2. Степенные ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда.

Раздел 5. Ряды Тейлора. Нули

Тема 1. Ряды Тейлора. Ряды Тейлора. Теорема Тейлора. Теорема о степенном ряде как ряде Тейлора своей суммы.

Тема 2. Нули. Теорема единственности. Нуль функции, его порядок. Вид тейлоровского разложения функции в окрестности нуля. Теорема о существовании окрестности нуля аналитической функции, в которой функция не имеет других нулей. Теорема единственности. Следствие.

Раздел 6. Ряды Лорана. Вычеты

Тема 1. Ряды Лорана. Ряды Лорана. Главная и правильная части ряда Лорана. Теорема Лорана. Теорема о ряде по целым степеням как ряде Лорана своей суммы.

Тема 2. Изолированные особые точки функции. Изолированные особые точки функции, их классификация. Связь нулей и полюсов. Порядок полюса. Связь типа особой точки с видом лорановского разложения в ее проколотовой окрестности. Теорема Сохоцкого.

Тема 3. Вычеты. Теорема о вычетах. Вычеты. Формулы вычисления вычета в полюсе. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вещественных интегралов от тригонометрических дробей на отрезке длины 2π . Вычисление вещественных несобственных интегралов первого рода от рациональных функций. Лемма Жордана.

Тема 4. Принцип аргумента. Теорема Руше. Логарифмическая производная и логарифмический вычет. Теорема о логарифмических вычетах в нулях и полюсах функции. Полное изменение аргумента при обходе контура. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.

Раздел 6. Гармонические функции. Конформные отображения

Тема 1. Гармонические функции. Гармонические функции двух вещественных переменных. Связь гармонических функций двух вещественных переменных с аналитическими функциями комплексного переменного. Нахождение мнимой части аналитической функции по заданной вещественной части.

Тема 2. Конформные отображения. Теорема о сохранении области. Конформные отображения и их свойства. Необходимое и достаточное условие конформности отображения. Формулировка теоремы Римана. Гармонические функции при конформном отображении.

Содержание практических занятий по дисциплине

Раздел 1. Комплексные числа и комплексная плоскость. Числовые последовательности и ряды

Тема 1. Комплексные числа и комплексная плоскость. Числовые последовательности и ряды. Решение задач.

Раздел 2. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность и производная

Тема 1. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность и производная. Решение задач.

Раздел 3. Интеграл функции комплексного переменного

Тема 1. Определение, свойства и вычисление интеграла функции комплексного переменного. Решение задач.

Тема 2. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Производные высших порядков. Решение задач.

Раздел 4. Функциональные последовательности и ряды. Семейства функций, зависящих от параметра

Тема 1. Функциональные ряды. Степенные ряды. Решение задач.

Раздел 4. Ряды Тейлора. Нули

Тема 1. Ряды Тейлора. Нули. Решение задач

Раздел 5. Ряды Лорана. Вычеты

Тема 1. Ряды Лорана. Решение задач.

Тема 2. Вычеты. Теорема о вычетах. Решение задач.

Раздел 6. Гармонические функции. Конформные отображения

Тема 1. Гармонические функции. Конформные отображения. Решение задач.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

5.1. Текущий контроль успеваемости

Рейтинг-контроль 1

1. Найти значения заданных выражений с комплексными числами.
2. Изобразить заданное множество на комплексной плоскости.
3. Найти точки, в которых заданная функция комплексного переменного дифференцируема.
4. Найти значения параметров, при которых заданные вещественные функции являются вещественной и мнимой частями аналитической функции комплексного переменного.
5. Вычислить заданный интеграл функции комплексного переменного.

Рейтинг-контроль 2

1. Вычислить заданный интеграл с помощью интегральной формулы Коши.
2. Найти область сходимости заданного степенного ряда. Исследовать сходимость на ее границе.
3. Разложить заданную функцию в ряд Тейлора в окрестности заданной точки.

Рейтинг-контроль 3

1. Разложить заданную функцию в ряд Лорана в заданном кольце.
2. Найти все конечные особые точки заданной функции и вычеты в них.
3. Вычислить интеграл функции комплексного переменного с помощью теоремы о вычетах.
4. Вычислить заданный вещественный интеграл.
5. Выяснить, сколько корней заданного многочлена лежит в заданной области.

5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (зачет)

Вопросы к зачету

1. Комплексные числа. Множества на комплексной плоскости
2. Числовые последовательности и ряды
3. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность
4. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана
5. Определение и свойства интеграла функции комплексного переменного
6. Теорема Коши
7. Первообразная функции комплексного переменного. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля
9. Производные высших порядков. Теорема Лиувилля. Теорема Мореры
10. Равномерная сходимость
11. Степенные ряды
12. Ряды Тейлора
13. Нули. Теорема единственности
14. Ряды Лорана
15. Изолированные особые точки функции
16. Вычеты. Теорема о вычетах
17. Применение теоремы о вычетах для вычисления вещественных интегралов
18. Принцип аргумента. Теорема Руше
19. Гармонические функции
20. Конформные отображения

5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

Темы самостоятельных работ

1. Найти значения заданных выражений с комплексными числами.
2. Изобразить заданное множество на комплексной плоскости.
3. Найти точки, в которых заданная функция комплексного переменного дифференцируема.
4. Найти значения параметров, при которых заданные вещественные функции являются вещественной и мнимой частями аналитической функции комплексного переменного.
5. Вычислить заданный интеграл функции комплексного переменного.
6. Вычислить заданный интеграл с помощью интегральной формулы Коши.
7. Найти область сходимости заданного степенного ряда. Исследовать сходимость на ее границе.
8. Разложить заданную функцию в ряд Тейлора в окрестности заданной точки.
9. Разложить заданную функцию в ряд Лорана в заданном кольце.
10. Найти все конечные особые точки заданной функции и вычеты в них.
11. Вычислить интеграл функции комплексного переменного с помощью теоремы о вычетах.
12. Вычислить заданный вещественный интеграл.
13. Выяснить, сколько корней заданного многочлена лежит в заданной области.

Самостоятельная работа студента состоит в выполнении заданий типового расчета, оформляемого отдельным отчетом и защищаемого студентом. Методические указания и задания можно найти по ссылке: <http://e.lib.vlsu.ru/bitstream/123456789/6570/1/00707.pdf>.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
1. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 5-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 303 с. — ISBN 978-5-00101-916-9.	2020	https://e.lanbook.com/book/151505
2. Шабунин, М. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие / М. И. Шабунин, Е. С. Половинкин, М. И. Карлов. — 4-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 365 с. — ISBN 978-5-9963-2658-7.	2015	https://e.lanbook.com/book/70732
Дополнительная литература		
1. Туганбаев, А. А. Функции комплексного переменного : учебное пособие / А. А. Туганбаев. — 2-е изд., стер. — Москва : ФЛИНТА, 2017. — 48 с. — ISBN 978-5-9765-1406-5.	2017	https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115140

2. Канатников, А. Н. Теория и практика конформных отображений : учебное пособие / А. Н. Канатников, Е. Е. Красновский, В. Д. Морозова, К. Ю. Федоровский. - Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. - 84 с. - ISBN 978-5-7038-3791-7.	2013	https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785703837917.html
---	------	---

6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения: Microsoft Excel, Maple.

Рабочую программу составил:

доцент каф. ФАиП, к.ф.-м.н. Додонов А.Е.



Рецензент (представитель работодателя):

заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В.



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП, к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д.



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии

Зав. кафедрой ФиПМ, д.ф.-м.н. Аракелян С.М.



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 20 22 / 20 23 учебный года

Протокол заседания кафедры № 1 от 30.08.2022 года

Заведующий кафедрой _____

С.И. Абрам

Рабочая программа одобрена на 20 ____ / 20 ____ учебный года

Протокол заседания кафедры № ____ от ____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на 20 ____ / 20 ____ учебный года

Протокол заседания кафедры № ____ от ____ года

Заведующий кафедрой _____