

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики



УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

К.С. Хорьков

август 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»**

**направление подготовки / специальность**

01.03.02 Прикладная математика и информатика  
(код и наименование направления подготовки (специальности))

**направленность (профиль) подготовки**

Математическое и компьютерное моделирование, программирование и системный анализ  
(направленность (профиль) подготовки)

г. Владимир

2021

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Численные методы» является формирование начальных знаний и навыков по построению вычислительных моделей, приближенному решению типовых задач вычислительной математики, разработке алгоритмов и программ решения таких задач для ЭВМ.

Задачи:

- изучение основных понятий, методов, средств и приемов алгоритмизации решения типовых вычислительных задач на ЭВМ, оценки качества полученных решений и их практической целесообразности;
- приобретение навыков формулировки типичных вычислительных проблем, использования общепринятых алгоритмов решения, реализации последних с использованием распространенных пакетов прикладных программ;
- формирование необходимых компонентов мышления: уровня, кругозора, математической культуры, которые необходимы для успешной работы и ориентации в будущей профессиональной деятельности;
- формирование базовых знаний, умений и навыков для успешного (в т.ч. самостоятельного) освоения различных технологий и средств программирования вычислительных алгоритмов.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Численные методы» относится к обязательным дисциплинам основной образовательной программы.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает принципы использования фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Умеет использовать базовые знания из области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Знает: <ul style="list-style-type: none"> <li>• базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.</li> <li>• принципы использования фундаментальных знаний.</li> </ul> Умеет для решения задач, научных и инженерных расчётов: <ul style="list-style-type: none"> <li>• использовать базовые знания из области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.</li> </ul> Владеет: <ul style="list-style-type: none"> <li>• навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</li> </ul>	Отчёты по лабораторным работам.  Контрольные вопросы к лабораторным работам.  Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для	ОПК-2.1. Знает математические основы, основные положения и концепции в области программирования. ОПК-2.1. Умеет осуществлять обоснованный выбор математических и компьютерных методов, а также необходимого программного обеспечения при решении задач профессио-	Знает: <ul style="list-style-type: none"> <li>• базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.</li> <li>• принципы использования фундаментальных знаний.</li> </ul> Умеет для решения задач, научных и инженерных расчётов: <ul style="list-style-type: none"> <li>• использовать базовые знания из области математических и (или)</li> </ul>	Отчёты по лабораторным работам.  Контрольные вопросы к лабораторным работам.  Контрольные

разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	нальной деятельности. ОПК-2.3. Владеет навыками применения математических и компьютерных методов и программного обеспечения при решении конкретных задач.	естественных наук в профессиональной деятельности. Владеет: навыками выбора методов решения задач профессиональных	вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает принципы математического моделирования, типовые (универсальные) математические модели, формулы, теоремы и методы, используемые в широком наборе областей применения прикладной математики. ОПК-3.2. Умеет осуществлять обоснованный выбор адекватных поставленной задаче базовых математических моделей, модифицировать базовые и (или) разрабатывать оригинальные математические модели в соответствии с особенностями поставленной задачи моделирования. ОПК-3.3. Владеет навыками выполнения математического моделирования от анализа постановки задачи до анализа результатов.	Знает: • методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки информации с использованием информационных технологий. Умеет: • оформлять результаты научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ; • применять методы проведения экспериментов. Владеет: • навыками сбора, обработки, анализа и обобщения результатов экспериментов и исследований в соответствующей области знаний; • навыками проведения экспериментов в соответствии с установленными полномочиями; • навыками составления отчетов (разделов отчетов) по теме или по результатам проведенных экспериментов.	Отчеты по лабораторным работам.  Контрольные вопросы к лабораторным работам.  Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единицы, 252 часа

##### Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Введение в теорию погрешностей	3	1	2	2	-		20	
2	Методы поиска решений нелинейных уравнений	3	2-7	8	8	8		25	рейтинг-контроль №1
3	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений	3	8-13	6	6	6		25	рейтинг-контроль №2
4	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	3	14-18	4	4	4		20	рейтинг-контроль №3
Всего за 3 семестр:		-	-	18	18	18		90	зач. с оценкой
1	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	4	1-3	6		2		8	
2	Методы поиска решений систем нелинейных уравнений.	4	4-5	4		2		10	
3	Аппроксимация функций	4	6-9	8		2		8	рейтинг-контроль



								№3	
4	Численное дифференцирование	4	10-11	4		2		8	
5	Численные методы интегрирования	4	12-14	6		2		6	
6	Обыкновенные дифференциальные уравнения	4	15-18	8		8		14	
Всего за 4 семестр:		-	-	36	-	18	-	54	зач. с оценкой
Наличие в дисциплине КП/КР		-	-	-	-	-	-	-	-
Итого по дисциплине		-	-	54	18	36	-	144	зач. с оценкой

### Содержание лекционных занятий по дисциплине (3 семестр)

#### Раздел 1. Введение в теорию погрешностей.

- 1) *Источники и классификация погрешностей результата численного решения задачи. Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешности. Погрешности арифметических операций на приближенными числами. Погрешность функции.*

#### Раздел 2. Методы поиска решений нелинейных уравнений.

- 2) *Постановка задачи. Основные этапы решения. Методы локализации корней нелинейного уравнения. Обусловленность задачи вычисления корня.*
- 3) *Итерационное уточнение корней нелинейного уравнения. Метод деления отрезка пополам (метод бисекции). Скорость сходимости. Критерий окончания итераций.*
- 4) *Метод простой итерации. Геометрическая иллюстрация метода простой итерации. Сходимость метода. Критерий окончания итераций. Обусловленность метода простой итерации.*
- 5) *Метод Ньютона. Условие сходимости метода. Критерий окончания итераций. Упрощенный метод Ньютона. Метод секущих. Метод Стеффенсена. Уточнение метода Ньютона для случая кратного корня.*

#### Раздел 3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

- 6) *Постановка задачи. Нормы вектора и матрицы. Типы используемых матриц. Квадратная матрица. Разреженные матрицы. Обусловленность задачи решения системы линейных алгебраических уравнений.*
- 7) *Метод Гаусса. Схема единственного деления. Трудоемкость метода. Метод Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице (схема полного выбора).*
- 8) *Метод Гаусса и разложение матрицы на множители. LU-разложение. Метод Холецкого (метод квадратных корней). Метод прогонки.*

#### Раздел 4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

- 9) *Метод простой итерации. Преобразование системы к виду, удобному для итераций. Сходимость метода простой итерации. Апостериорная оценка погрешности. Система с положительно определенной матрицей.*

### Содержание лекционных занятий по дисциплине (4 семестр)

#### Раздел 1. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

- 1) *Метод Зейделя. Итерационные формулы метода. Апостериорная оценка погрешности. Геометрическая интерпретация метода.*
- 2) *Сходимость итерационных процессов для систем линейных уравнений. Первое достаточное условие сходимости метода Зейделя. Оценка погрешности приближений метода Зейделя по  $m$ -норме. Второе достаточное условия сходимости метода Зейделя. Оценка погрешности по  $l$ -норме.*
- 3) *Метод последовательной верхней релаксации. Итерационные формулы метода релаксации. Геометрическая интерпретация метода. Модификации метода релаксаций.*

#### Раздел 2. Методы поиска решений систем нелинейных уравнений.

- 4) *Постановка задачи. Определения. Основные этапы решения. Корректность и обусловленность задачи. Метод простой итерации. Преобразование системы к виду, удобному для итераций. Оценка апостериорной погрешности. Модификации метода простой итерации.*

- 5) Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений. Итерационные формулы метода. Модификации метода Ньютона. Упрощенный метод Ньютона. Метод ложного положения. Метод секущих. Метод Стеффенсена.

### **Раздел 3. Аппроксимация функций.**

- 6) Интерполирование функций. Постановка задачи интерполирования. Приближенные формулы. Линейная интерполяция. Конечные разности различных порядков. Интерполяционный многочлен Ньютона. Интерполяционная формула Гаусса. Интерполяционные формулы Стирлинга и Бесселя.
- 7) Интерполяция каноническим полиномом. Интерполяционный полином Лагранжа. Вычисление коэффициентов полинома. Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа.
- 8) Обратное интерполирование для случая равноотстоящих узлов. Обратное интерполирование для неравноотстоящих узлов. Нахождение корней уравнения методом обратного интерполирования.
- 9) Среднеквадратичное приближение. Постановка задачи. Наилучшее приближение. Линейная аппроксимация. Квадратичная аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Нелинейная аппроксимация.

### **Раздел 4. Численное дифференцирование.**

- 10) Постановка задачи. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на первой интерполяционной формуле Ньютона и формуле Стирлинга.
- 11) Формулы численного дифференцирования для равноотстоящих точек, выраженные через значения функции в этих точках. Графическое дифференцирование.

### **Раздел 2. Численные методы интегрирования.**

- 12) Постановка задачи. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формула трапеций и ее остаточный член. Формула Симпсона.
- 13) Понятие о квадратурной формуле Чебышева. Квадратурная формула Гаусса. Точность квадратурных формул.
- 14) Числа Бернулли. Формула Эйлера-Маклорена. Приближенное вычисление несобственных интегралов. Графическое интегрирование.

### **Раздел 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения.**

- 15) Задача Коши. Постановка задачи. Решение задачи Коши с помощью формулы Тейлора. Методы Рунге-Кутты. Методы с оценкой погрешности на шаге. Оценка погрешности одношаговых методов.
- 16) Конечно-разностные методы. Метод неопределенных коэффициентов. Оценка погрешности конечно-разностных методов. Особенности интегрирования систем уравнений.
- 17) Простейшие методы решения краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Функция Грина сеточной краевой задачи. Решение простейшей краевой сеточной задачи.
- 18) Постановка краевых задач для линейной системы первого порядка. Алгоритмы решения краевых задач для систем уравнений первого порядка. Нелинейные краевые задачи.

## **Содержание практических занятий по дисциплине (3 семестр)**

### **Раздел 1. Введение в теорию погрешностей.**

Содержание практических занятий.

- 1) Определение абсолютной и относительной погрешности. Решение прямой задачи теории погрешностей.

### **Раздел 2. Методы поиска решений нелинейных уравнений.**

Содержание практических занятий.

- 2) Методы локализации корней нелинейного уравнения.
- 3) Уточнение корня нелинейного уравнения методом деления отрезка пополам.
- 4) Уточнение корня нелинейного уравнения методом простой итерации. Построение итерационной формулы и выбор начального приближения.
- 5) Итерационное уточнение корня нелинейного уравнения методом Ньютона. Выбор начального приближения.

### **Раздел 3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.**

Содержание практических занятий.

- 6) *Определение нормы вектора и матрицы. Обусловленность задачи решения системы линейных алгебраических уравнений.*
- 7) *Метод Гаусса. Схема единственного деления. Метод Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице.*
- 8) *LU-разложение. Метод Холецкого. Метод прогонки.*

#### **Раздел 4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.**

Содержание практических занятий.

- 9) *Решение системы линейных алгебраических уравнений методом простой итерации. Преобразование системы к виду, удобному для итераций. Оценка погрешности.*

#### **Содержание лабораторных занятий по дисциплине (3 семестр)**

##### **Раздел 2. Методы поиска решений нелинейных уравнений.**

Содержание лабораторных занятий.

- 1) *Отделение корней нелинейного уравнения. Уточнение корня нелинейного уравнения методом простой итерации. Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab.*
- 2) *Уточнение корня нелинейного уравнения методом половинного деления. Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab.*
- 3) *Уточнение корня нелинейного уравнения методом простой итерации. Выбор начального приближения. Построение итерационной формулы. Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab.*
- 4) *Уточнение корня нелинейного уравнения методом Ньютона. Выбор начального приближения. Построение итерационной формулы. Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab.*

##### **Раздел 3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.**

Содержание лабораторных занятий.

- 5) *Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (схема единственного деления). Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab.*
- 6) *Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента. Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab.*
- 7) *Решение СЛАУ методом Холецкого. Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab.*
- 8) *Решение СЛАУ методом прогонки. Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab.*

##### **Раздел 4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.**

Содержание лабораторных занятий.

- 9) *Решение системы линейных алгебраических уравнений методом простой итерации. Преобразование системы к виду, удобному для итераций. Выбор начального приближения. Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab.*

#### **Содержание лабораторных занятий по дисциплине (4 семестр)**

##### **Раздел 1. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.**

Содержание лабораторных занятий.

- 1) *Решение СЛАУ методом Зейделя. Итерационные формулы метода. Программная реализация метода средствами языка C++.*

##### **Раздел 2. Методы поиска решений систем нелинейных уравнений.**

Содержание лабораторных занятий.

- 2) *Решение системы нелинейных уравнений методом простой итерации. Программная реализация метода средствами языка C++.*

##### **Раздел 3. Аппроксимация функций.**

Содержание лабораторных занятий.

- 3) *Построение интерполяционного полинома Лагранжа. Вычисление коэффициентов полинома. Программная реализация алгоритма вычисления полинома Лагранжа средствами языка C++.*

##### **Раздел 4. Численное дифференцирование.**

Содержание лабораторных занятий.



- 4) *Приближенное дифференцирование на основе первой интерполяционной формулы Ньютона и формулы Стирлинга. Программная реализация алгоритма вычисления производной средствами языка C++.*

#### **Раздел 5. Численные методы интегрирования.**

Содержание лабораторных занятий.

- 5) *Вычисление интеграла с помощью формулы Симпсона. Погрешность вычисления интеграла. Разработка приложения на языке C++ для вычисления интеграла по формуле Симпсона.*

#### **Раздел 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения.**

Содержание лабораторных занятий.

- 6) *Решение задачи Коши с помощью формулы Тейлора. Методы Рунге-Кутты. Программная реализация методов средствами языка C++ и MatLab.*
- 7) *Конечно-разностные методы и метод неопределенных коэффициентов. Оценка погрешности и программная реализация конечно-разностных методов.*
- 8) *Решение краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Программная реализация алгоритма решения краевой задачи.*
- 9) *Решение краевой задачи для линейной системы первого порядка. Программная реализация алгоритмов решения краевой задачи для систем уравнений первого порядка.*

### **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

#### **5.1. Текущий контроль успеваемости (3 семестр)**

##### **Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №1**

1. Найти абсолютную  $\Delta$  и относительную  $\delta$  погрешности числа  $a$ , имеющего только верные цифры.

- |                  |                   |
|------------------|-------------------|
| 1. $a = 0,2387;$ | 6. $a = 0,374;$   |
| 2. $a = 3,751;$  | 7. $a = 20,43;$   |
| 3. $a = 11,445;$ | 8. $a = 0,0384;$  |
| 4. $a = 2,3445;$ | 9. $a = 12,688;$  |
| 5. $a = 8,345;$  | 10. $a = 43,813.$ |

2. Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них методом деления отрезка пополам с точностью до 0,01.

1.  $x - \sin x = 0.25$
2.  $\operatorname{tg} (0.58x + 0.1) = x^2$
3.  $\sqrt{x} \cos (0.387x) = 0$
4.  $x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$
5.  $x^3 - 6x - 8 = 0$
6.  $x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0$

3. Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них методом простой итерации с точностью до 0,01.

1.  $3x - \cos x - 1 = 0$
2.  $x + \lg x = 0.5$
3.  $x^2 + 4\sin x = 0$
4.  $x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$
5.  $x^3 + 3x + 1 = 0$
6.  $x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$

4. Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них методом Ньютона с точностью до 0,001.

1.  $\operatorname{tg} (0.3x + 0.4) = x^2$
2.  $\operatorname{ctg} x - x/3 = 0$
3.  $x^2 + 4\sin x = 0$

4.  $x^3 - 2x + 4 = 0$
5.  $x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$
6.  $x^3 + 4x - 6 = 0$

**Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №2**

1. Решить систему уравнений по формуле Крамера
 
$$\begin{aligned} 3.21x_1 - 4.25x_2 + 2.23x_3 &= 5.06 \\ 7.09x_1 + 1.17x_2 - 2.23x_3 &= 4.75 \\ 0.43x_1 - 1.4x_2 - 0.62x_3 &= -1.05 \end{aligned}$$
2. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы
 
$$\begin{aligned} 0.42x_1 - 1.13x_2 + 7.05x_3 &= 6.15 \\ 1.14x_1 - 2.15x_2 + 5.11x_3 &= -4.16 \\ -0.71x_1 + 0.81x_2 - 0.02x_3 &= -0.17 \end{aligned}$$
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса
 
$$\begin{aligned} 7.09x_1 + 1.17x_2 - 2.23x_3 &= -4.75 \\ 0.43x_1 - 1.4x_2 - 0.62x_3 &= -1.05 \\ 3.21x_1 - 4.25x_2 + 2.13x_3 &= 5.06 \end{aligned}$$

**Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №3**

1. Решить систему линейных уравнений методом Холецкого
 
$$\begin{aligned} 7.09x_1 + 1.17x_2 - 2.23x_3 &= -4.75 \\ 0.43x_1 - 1.4x_2 - 0.62x_3 &= -1.05 \\ 3.21x_1 - 4.25x_2 + 2.13x_3 &= 5.06 \end{aligned}$$
2. Решить систему линейных уравнений методом прогонки
 
$$\begin{aligned} 7.09x_1 + 1.17x_2 - 2.23x_3 &= -4.75 \\ 0.43x_1 - 1.4x_2 - 0.62x_3 &= -1.05 \\ 3.21x_1 - 4.25x_2 + 2.13x_3 &= 5.06 \end{aligned}$$
3. Решить систему линейных уравнений методом простой итерации с точностью 0,01
 
$$\begin{aligned} x_1 &= 0.23x_1 - 0.04x_2 + 0.21x_3 - 0.18x_4 + 1.24 \\ x_2 &= 0.45x_1 - 0.23x_2 + 0.06x_3 - 0.88 \\ x_3 &= 0.26x_1 + 0.34x_2 - 0.11x_3 + 0.62 \\ x_4 &= 0.05x_1 - 0.26x_2 + 0.34x_3 - 0.12x_4 - 1.17 \end{aligned}$$

**Текущий контроль успеваемости студентов (4 семестр)**

**Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №1**

1. Используя метод простой итерации, решить систему нелинейных уравнений с точностью 0,001
 
$$\begin{aligned} \sin(x+1) - y &= 1.2 & \text{tg}(xy + 0.4) &= x^2 \\ 2x + \cos y &= 2 & 0.6x^2 + 2y^2 &= 1, \quad x > 0, y > 0 \end{aligned}$$
2. Используя метод простой Ньютона, решить систему нелинейных уравнений с точностью 0,001
 
$$\begin{aligned} \sin(x+0.5) - y &= 1 & \text{tg}(xy + 0.3) &= x^2 \\ \cos(y-2) + x &= 0 & 0.9x^2 + 2y^2 &= 1 \end{aligned}$$
3. Найти приближенно значение функции при данном значении аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, если функция задана: 1) в равноотстоящих узлах таблицы 2) в неравноотстоящих узлах таблицы.

Таблица 1

x	y
0.43	1.63597
0.48	1.73234
0.55	1.87686
0.62	2.03345

Но варианта	x
1	0.702
	0.512
	0.645
2	0.738



0.70 2.22846  
0.75 2.35973

0.606  
0.713

Таблица 2

x	y
0.02	1.02316
0.08	1.09590
0.12	1.14725
0.17	1.21483
0.23	1.30120
0.30	1.40976

Но варианта	x
3	0.102
	0.114
	0.125
4	0.203
	0.154
	0.237

Таблица 3

x	y
0.35	2.73951
0.41	2.30080
0.47	1.96864
0.51	1.78776
0.56	1.59502
0.64	1.34310

Но варианта	x
5	0.526
	0.453
	0.482
6	0.552
	0.436
	0.602

4. Используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона, вычислить значения функции при данных значениях аргумента.

Таблица 1

x	y
1.375	5.04192
1.380	5.17744
1.385	5.32016
1.390	5.470695
1.395	5.629686
1.400	5.79788

Но варианта	x
1	1.3832
	1.3926
	1.3862
2	1.3934
	1.3866
	1.3945

Таблица 2

x	y
0.115	8.65729
0.120	8.29329
0.125	7.95829
0.130	7.64893
0.135	7.36235
0.140	7.09613

Но варианта	x
3	0.1264
	0.1315
	0.1232
4	0.1334
	0.1285
	0.1176

Таблица 3

x	y
---	---

Но варианта	x
-------------	---

1.150	6.61659	5	0.1521
1.155	6.39989		0.1611
1.160	6.19658		0.1662
1.165	6.00551	6	0.1542
1.170	5.82558		0.1625
1.175	5.65583		0.1548

5. С помощью интерполяционных формул Ньютона и Гаусса найти значение первой и второй производных при данных значениях аргумента для функции, заданной таблично

$x$	$y$
2,4	3,526
2,6	3,782
2,8	3,945
3,0	4,043
3,2	4,104
3,4	4,155

6. С помощью интерполяционных формул Стирлинга и Бесселя найти значение первой и второй производных при данных значениях аргумента для функции, заданной таблично

$x$	$y$
3,6	4,222
3,8	4,331
4,0	4,507
4,2	4,775
4,4	5,159
4,6	5,683

### Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №2

1. Вычислить интеграл по формулам левых и правых прямоугольников при  $n = 10$ , оценивая точность с помощью сравнения полученных результатов

1.  $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ ,  $a = -1$ ,  $b = 9$ .

2.  $f(x) = \sqrt{(1+x)(x^2 - 1)}$ ,  $a = 2$ ,  $b = 12$ .

3.  $f(x) = \sqrt{(50 - x^2)(x^2 + 1)}$ ,  $a = -3$ ,  $b = 7$ .

4.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x + 11}$ ,  $a = -2$ ,  $b = 8$ .

2. Вычислить интеграл по формуле трапеций с тремя десятичными знаками

1.  $f(x) = \sqrt{(x^2 + 1)(2 + x)}$ ,  $a = -1$ ,  $b = 9$ .

2.  $f(x) = \sqrt{x^3 + 8}$ ,  $a = -2$ ,  $b = 8$ .

3.  $f(x) = \sqrt{27 - x^3}$ ,  $a = -7$ ,  $b = 3$ .

4.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 6x + 37}$ ,  $a = -5$ ,  $b = 5$ .

5.  $f(x) = \sqrt{2 - x^3}$ ,  $a = -9$ ,  $b = 1$ .

6.  $f(x) = \sqrt{(x^2 - 3)(x + 1)}$ ,  $a = 2$ ,  $b = 12$ .

3. Вычислить интеграл по формуле Симпсона при  $n = 8$ ; оценить погрешность результата, составив таблицу конечных разностей

1.  $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ ,  $a = -1$ ,  $b = 9$ .
2.  $f(x) = \sqrt{(1+x)(x^2 - 1)}$ ,  $a = 2$ ,  $b = 12$ .
3.  $f(x) = \sqrt{(50 - x^2)(x^2 + 1)}$ ,  $a = -3$ ,  $b = 7$ .
4.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x + 11}$ ,  $a = -2$ ,  $b = 8$ .

#### Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №3

1. Дано дифференциальное уравнение второго порядка вида  $F(y, y', y'') = 0$  с начальными условиями  $y(x_0) = y_0$  и  $y'(x_0) = y'_0$ .

Для данного дифференциального уравнения найти решение  $y = y(x)$ , удовлетворяющее заданному начальному условию, в виде:

- а) пяти отличных от нуля членов разложения в степенной ряд;
- б) по методу Рунге-Кутты составить таблицу приближенных значений решения системы дифференциальных уравнений первого порядка, соответствующей заданному уравнению, на отрезке  $[0; 0, 5]$  с шагом  $h = 0,1$ .

Все вычисления производить с округлением до пятого десятичного знака. Результаты, полученные в пунктах а) и б), сравнить.

1.  $y'' - 5y' + 4y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .
2.  $y'' + 2y' + y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 2$ .
3.  $y'' - 6y' - 7y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ .
4.  $y'' + 7y' - 8y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ .
5.  $y'' - 10y' + 25y = 0$ ,  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 0$ .
6.  $y'' - 5y' + 6y = 0$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 1$ .
7.  $y'' + 5y' + 6y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .
8.  $y'' - 6y' + 5y = 0$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 2$ .
9.  $y'' + 4y' + 3y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .
10.  $y'' + 6y' + 8y = 0$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 1$ .

#### 5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (зачет).

##### Примерный перечень вопросов к зачёту (3 семестр)

1. Классификация погрешностей результата численного решения задачи. Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешности.
2. Погрешности арифметических операций. Погрешность функции.
3. Методы поиска решений нелинейных уравнений. Постановка задачи. Методы локализации корней нелинейного уравнения. Обусловленность задачи вычисления корня.
4. Итерационное уточнение корней нелинейного уравнения. Метод деления отрезка пополам (метод дихотомии). Критерий окончания итераций.
5. Метод простой итерации. Сходимость метода. Критерий окончания итераций. Обусловленность метода простой итерации.
6. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения. Условие сходимости. Критерий окончания итераций. Метод секущих.
7. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Обусловленность задачи решения системы линейных алгебраических уравнений.
8. Метод Гаусса. Схема единственного деления. Метод Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице (схема полного выбора).

9. Разложение матрицы на множители. Метод Холецкого решения СЛАУ (метод квадратных корней. Метод прогонки.
10. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод простой итерации. Сходимость метода простой итерации. Апостериорная оценка погрешности.

#### **Примерный перечень вопросов к зачёту (4 семестр)**

1. Метод Зейделя. Итерационные формулы метода. Условие сходимости. Критерий окончания итераций.
2. Метод последовательной везней релаксации. Итерационные формулы метода релаксаций Модификации метода релаксаций.
3. Методы поиска решений систем нелинейных уравнений. Постановка задачи. Основные определения. Корректность и обусловленность задачи.
4. Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений. Итерационные формулы
5. Модификации метода Ньютона. Метод секущих. Метод Стеффенсена.
6. Интерполирование функций. Постановка задачи интерполирования. Приближенные формулы. Линейная интерполяция.
7. Конечные разности. Интерполяционный многочлен Ньютона. Интерполяционная формула Гаусса.
8. Интерполяционные формулы Стирлинга и Бесселя.
9. Интерполяция каноническим полиномом. Интерполяционный полином Лагранжа. Вычисление коэффициентов полинома. Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа.
10. Обратное интерполирование. Нахождение корней уравнения методом обратного интерполирования.
11. Среднеквадратичное приближение. Линейная и квадратичная аппроксимация. Метод наименьших квадратов.
12. Численное дифференцирование. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на первой интерполяционной формуле Ньютона и формуле Стирлинга.
13. Формулы численного дифференцирования для равноотстоящих точек.
14. Численное интегрирование. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
15. Формула трапеций. Остаточный член формулы трапеций.
16. Формула Симпсона. Остаточный член формулы Симпсона.
17. Понятие о квадратурной формуле Чебышева. Квадратурная формула Гаусса. Точность квадратурных формул.
18. Числа Бернулли. Формула Эйлера-Маклорена. Приближенное вычисление неособственных интегралов.
19. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Решение задачи Коши с помощью формулы Тейлора.
20. Методы Рунге-Кутты. Оценка погрешности одношаговых методов.
21. Конечно-разностные методы. Метод неопределенных коэффициентов. Оценка погрешности конечно-разностных методов.
22. Простейшие методы решения краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.
23. Функция Грина сеточной краевой задачи. Решение простейшей краевой сеточной задачи.
24. Постановка краевых задач для линейной системы первого порядка. Алгоритмы решения краевых задач для систем уравнений первого порядка.

#### **5.3. Самостоятельная работа обучающегося.**

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Численные методы» включает в себя следующие виды деятельности:

- 1) проработку учебного материала по конспектам, учебной и научной литературе, в том числе по вопросам, не рассмотренным на аудиторных занятиях;



2) подготовку к лабораторным занятиям, требующую совместного выполнения малыми группами студентов рассматриваемых на лекциях вопросов;

3) подготовку по всем видам контрольных мероприятий, в том числе к текущему контролю знаний и промежуточной аттестации.

#### **Вопросы для самостоятельной работы студентов (3 семестр)**

1. Программирование на алгоритмическом языке C++. Интегрированные пакеты MathCAD 6.0+ и Maple V R4. Состав и функциональные возможности пакетов. Важнейшие операторы
2. Погрешности вычислений. Определение количества верных значащих цифр. Погрешности алгебраических операций. Правила округления.
3. Прямая задача теории погрешностей.
4. Обратная задача теории погрешностей.
5. Погрешность округлений и запись чисел в ЭВМ.
6. Методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений: метод половинного деления (дихотомии); метод хорд (секущих); метод касательных (Ньютона); метод итераций. Оценка погрешностей. Требования к вычислительному алгоритму. Устойчивость и сложность алгоритма.
7. Методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод последовательного исключения неизвестных. Метод отражений.
8. Метод простой итерации. Особенности реализации метода простой итерации на ЭВМ. Оценка погрешности и ускорение сходимости.

#### **Вопросы для самостоятельной работы студентов (4 семестр)**

1. Оптимизация скорости сходимости итерационных процессов. Метод Зейделя.
2. Итерационные методы с использованием спектрально-эквивалентных операторов
3. Погрешность приближенного решения системы уравнений и обусловленность матриц.
4. Интерполирование. Приближенные формулы.
5. Интерполяционный многочлен Ньютона. Погрешность многочлена Ньютона.
6. Интерполяционный многочлен Эрмита. Сходимость интерполяции. Нелинейная интерполяция.
7. Интерполяция сплайнами. Многомерная интерполяция.
8. Среднеквадратичное приближение. Линейная аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Нелинейная аппроксимация.
9. Численное дифференцирование. Полиномиальные формулы. Метод Рунге-Ромберга.
10. Квазиравномерные сетки. Регуляризация дифференцирования.
11. Численное интегрирование. Полиномиальная аппроксимация. Формулы трапеций.
12. Формула Эйлера. Формула Гаусса-Кристоффеля. Сходимость квадратурных формул.
13. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши.
14. Методы решения: метод Пикара; метод малого параметра; метод Адамса.
15. Краевые задачи. Разностный метод. Метод Галеркина.
16. Методы решения уравнения в частных производных. Основные понятия теории метода сеток. Аппроксимация простейших гиперболических задач.
17. Разностные схемы для одномерного параболического уравнения.
18. Разностная аппроксимация эллиптических уравнений.
19. Методы решения сеточных эллиптических уравнений.

Основным источником информации для выполнения самостоятельной работы являются справочные подсистемы и официальные сайты программных пакетов, изучаемых в рамках дисциплины. В ходе самостоятельной работы студенты должны познакомиться с содержанием соответствующих ресурсов, имеющим отношение к рассматриваемым на лекциях вопросам, к заданиям лабораторных работ и к вопросам для самостоятельной работы. При этом рекомендуется самостоятельно проанализировать и частично реализовать примеры, данные в справочных материалах.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ Наличие в электронном каталоге ЭБС
<b>Основная литература</b>		
1. Пирумов, У. Г. ПЗЗ Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под ред. У. Г. Пирумова, — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 421 с. — Серия : Бакалавр. Академический курс. ISBN 978-5-534-03141-6	2017	<a href="https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30567351">https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30567351</a>
2. Сухарев, А. Г. Численные методы оптимизации : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 367 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). ISBN 978-5-534-04449-2	2019	<a href="https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41246950">https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41246950</a>
3. Воронцова, Н. В. Численные методы в программировании : Учебное пособие для СПО / Н. В. Воронцова, Т. Н. Егорушкина, Д. И. Якушин. — Саратов : Профобразование; Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 125 с. — ISBN 9785448607615,9785448802782.	2019	<a href="https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44732599">https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44732599</a>
4. Олегин, И. П. Введение в численные методы / И. П. Олегин, Д. А. Красноурецкий. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2018. — 115 с. — ISBN 9785778236325.	2018	<a href="https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35785038">https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35785038</a>
<b>Дополнительная литература</b>		
1. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : Учебник и практикум / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., пер. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 356 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 9785534027143.	2018	<a href="https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37500599">https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37500599</a>
2. Сухарев, А. Г. Численные методы оптимизации : Учебник и практикум / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2017. — 367 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 9785534044492.	2017	<a href="https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30571757">https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30571757</a>
3. Кузина, В. В. Вычислительная математика : Лабораторный практикум для направления подготовки 09.03.02 "Информационные системы и технологии" / В. В. Кузина, А. Н. Кошев. — Пенза : Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, 2016. — 124 с.	2016	<a href="https://www.elibrary.ru/item.asp?id=32730732">https://www.elibrary.ru/item.asp?id=32730732</a>

### 6.2. Периодические издания

1. Вестник компьютерных и информационных технологий, ISSN: 1810-7206.
2. Computerworld Россия, ISSN: 1560-5213.
3. Мир ПК, ISSN: 0235-3520.

### 6.3. Интернет-ресурсы

1. The LaTeX Project // Режим доступа: <https://www.latex-project.org/>  
ЭБС «Университетская библиотека онлайн» - <http://biblioclub.ru/>
2. Электронная библиотека: <http://www.twirpx.com>

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, лабораторных занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Лабораторные занятия проводятся в компьютерном классе (100-3, 1226-3, 5116-3 или аналогичной аудитории в зависимости от сетки расписания).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

- 1) MS Word;
- 2) Visual Studio;

Рабочую программу составил доц. кафедры ФиПМ Горлов В.Н.  
(должность, ФИО, подпись)

Рецензент  
для ПМИ, АИС, ИТ Генеральный директор ООО «ФС Сервис» Д.С. Квасов  
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФиПМ

Протокол №1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ С.М. Аракелян  
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена  
на заседании учебно-методической комиссии направления

Протокол №1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии \_\_\_\_\_ С.М. Аракелян  
(ФИО, должность, подпись)

### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на 20 22 / 20 23 учебный года

Протокол заседания кафедры № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

С.М. Абрахим

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_