

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности

А.А.Панфилов

« 31 » 08 20 20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

Направление подготовки: 01.03 02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль/программа подготовки: Математическое и компьютерное моделирование, программирование и системный анализ

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения : очная

| Семестр | Трудоемкость зач. ед./ час. | Лекции, час. | Практич. занятия, час. | Лаборат. работы, час. | СРС, час. | Форма промежуточной аттестации (экзамен/зачет/зачет с оценкой) |
|---------|--------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------------------|--------------|--|
| 3 | 4/144 | 18 | 18 | 18 | 90 | зачет с оценкой |
| 4 | 3/108 | 36 | - | 18 | 54 | зачет с оценкой |
| Итого | 7/252 | 54 | 18 | 36 | 144 | зачет с оценкой зачет с оценкой |

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины (модуля) являются:

- **изучение** системы математических знаний и умений, необходимых в профессиональной деятельности для разработки математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления, для изучения смежных дисциплин, продолжения образования;
- **интеллектуальное развитие**, формирование качеств личности, необходимых для успешной жизни в современном обществе; ясность и точность мышления, интуиция, элементы алгоритмической культуры, пространственных представлений;
- **формирование представлений** об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов; методах оптимизации;
- **воспитание** культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для научно-технического прогресса.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Численные методы» относится к базовой части цикла основной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». Для успешного изучения данной дисциплины студент должен владеть обязательным минимумом содержания основной образовательной программы по математике для данного направления (математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциальных уравнений). Знать основные понятия и методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории функций комплексного переменного. Уметь применять математические методы для решения практических задач. Владеть методами решения дифференциальных и алгебраических уравнений, дифференциального и интегрального исчисления, аналитической геометрии, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов.

Дисциплина формирует знания и навыки, необходимые в практической деятельности квалифицированного специалиста. В рамках учебного процесса может быть использована при подготовке выпускной квалификационной работы.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

| Код формируемых компетенций | Уровень освоения компетенции ¹ | Планируемые результаты обучения по дисциплине характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции) |
|-----------------------------|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| ОПК-1 | полное освоение компетенции | Знать: базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук. Уметь: использовать базовые знания из области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. Владеть: навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. |
| ОПК-2 | полное освоение компетенции | Знать: расширенные знания в области математики; математические основы, основные положения и концепции в области программирования; архитектуру языков программирования; основную терминологию в области программного обеспечения. Уметь: осуществлять обоснованный выбор математических и компьютерных методов, а также необходимого |

¹ Полное или частичное освоение указанной компетенции

| | | |
|-------|-----------------------------|--|
| | | программного обеспечения при решении задач профессиональной деятельности. Владеть: навыками применения данных методов программного обеспечения при решении конкретных задач. |
| ОПК-3 | полное освоение компетенции | Знать: принципы математического моделирования; типовые (универсальные) математические модели, формулы, теоремы и методы, используемые в широком наборе областей применения прикладной математики. Уметь: осуществлять обоснованный выбор адекватных поставленной задаче базовых математических моделей; модифицировать базовые и (или) разрабатывать оригинальные математические модели в соответствии со спецификой поставленной задачи моделирования. Владеть: навыками выполнения математического моделирования от анализа постановки задачи до анализа результатов. |

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 часа

| № п/п | Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | | Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %) | Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|---------------------|--|---------|-----------------|--|-----------------------------------|---------------------|-----|---|---|
| | | | | Лекции | Практические занятия ² | Лабораторные работы | СРС | | |
| 1 | Введение в теорию погрешностей | 3 | 1 | 2 | 2 | - | 9 | - | |
| 2 | Методы поиска решений нелинейных уравнений | 3 | 2-9 | 8 | 8 | 8 | 29 | 12/50 | рейтинг-контроль №1 |
| 3 | Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений | 3 | 10-15 | 6 | 6 | 6 | 23 | 9/50 | рейтинг-контроль №2 |
| 4 | Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений | 3 | 17 - 18 | 2 | 2 | 4 | 29 | 8/50 | рейтинг-контроль №3 |
| Всего за 3 семестр: | | | | 18 | 18 | 18 | 90 | 29/53.7 | зачет с оценкой |
| 1 | Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений | 4 | 1-3 | 6 | | 2 | 4 | 4/50 | |
| 2 | Методы поиска решений систем нелинейных уравнений | 4 | 4-5 | 4 | | 2 | 4 | 3/50 | рейтинг-контроль №1 |
| 3 | Аппроксимация функций | | 6-9 | 8 | | 4 | 8 | 6/50 | |
| 4 | Численное | 4 | 10 - | 4 | - | 2 | 10 | 3/50 | рейтинг- |

² Распределение общего числа часов, указанных на практические занятия в УП, с учетом часов на КП/КР

| | | | | | | | | | |
|----------------------------|---|---|---------|----|----|----|---------|-------|-------------------------------------|
| | дифференцирование | | 11 | | | | | | контроль №2 |
| 5 | Численные методы интегрирования | 4 | 12 - 14 | 6 | - | 2 | 14 | 4/50 | |
| 6 | Обыкновенные дифференциальные уравнения | 4 | 15 - 18 | 8 | - | 6 | 14 | 7/50 | рейтинг-контроль №3 |
| Всего за 4 семестр: | | | | 36 | | 18 | 54 | 27/50 | зачет с оценкой |
| Наличие в дисциплине КП/КР | | - | | | | | | | |
| Итого по дисциплине | | | | 54 | 18 | 36 | 14 4 | 56/39 | зачет с оценкой. зачет с оценкой |

Содержание лекционных занятий по дисциплине (3 семестр)

Раздел 1. Введение в теорию погрешностей.

- 1) *Источники и классификация погрешностей результата численного решения задачи. Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешности. Погрешности арифметических операций на приближенными числами. Погрешность функции.*

Раздел 2. Методы поиска решений нелинейных уравнений.

- 2) *Постановка задачи. Основные этапы решения. Методы локализации корней нелинейного уравнения. Обусловленность задачи вычисления корня.*
- 3) *Итерационное уточнение корней нелинейного уравнения. Метод деления отрезка пополам (метод бисекции). Скорость сходимости. Критерий окончания итераций.*
- 4) *Метод простой итерации. Геометрическая иллюстрация метода простой итерации. Сходимость метода. Критерий окончания итераций. Обусловленность метода простой итерации.*
- 5) *Метод Ньютона. Условие сходимости метода. Критерий окончания итераций. Упрощенный метод Ньютона. Метод секущих. Метод Стеффенсена. Уточнение метода Ньютона для случая кратного корня.*

Раздел 3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

- 6) *Постановка задачи. Нормы вектора в и матрицы. Типы используемых матриц. Квадратная матрица. Разреженные матрицы. Обусловленность задачи решения системы линейных алгебраических уравнений.*
- 7) *Метод Гаусса. Схема единственного деления. Трудоемкость метода. Метод Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице (схема полного выбора).*
- 8) *Метод Гаусса и разложение матрицы на множители. LU-разложение. Метод Холецкого (метод квадратных корней). Метод прогонки.*

Раздел 4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

- 9) *Метод простой итерации. Преобразование системы к виду, удобному для итераций. Сходимость метода простой итерации. Апостериорная оценка погрешности. Система с положительно определенной матрицей.*

Содержание лекционных занятий по дисциплине (4 семестр)

Раздел 1. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

- 1) *Метод Зейделя. Итерационные формулы метода. Апостериорная оценка погрешности. Геометрическая интерпретация метода.*
- 2) *Сходимость итерационных процессов для систем линейных уравнений. Первое достаточное условие сходимости метода Зейделя. Оценка погрешности приближений метода Зейделя по m -норме. Второе достаточное условия сходимости метода Зейделя. Оценка погрешности по l -норме.*
- 3) *Метод последовательной верхней релаксации. Итерационные формулы метода релаксации. Геометрическая интерпретация метода. Модификации метода релаксаций.*

Раздел 2. Методы поиска решений систем нелинейных уравнений.

- 4) *Постановка задачи. Определения. Основные этапы решения. Корректность и обусловленность задачи. Метод простой итерации. Преобразование системы к виду, удобному для итераций. Оценка апостериорной погрешности. Модификации метода простой итерации.*
- 5) *Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений. Итерационные формулы метода. Модификации метода Ньютона. Упрощенный метод Ньютона. Метод ложного положения. Метод секущих. Метод Стеффенсена.*

Раздел 3. Аппроксимация функций.

- 6) *Интерполирование функций. Постановка задачи интерполирования. Приближенные формулы. Линейная интерполяция. Конечные разности различных порядков. Интерполяционный многочлен Ньютона. Интерполяционная формула Гаусса. Интерполяционные формулы Стирлинга и Бесселя.*

- 7) Интерполяция каноническим полиномом. Интерполяционный полином Лагранжа. Вычисление коэффициентов полинома. Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа.
- 8) Обратное интерполирование для случая равноотстоящих узлов. Обратное интерполирование для неравноотстоящих узлов. Нахождение корней уравнения методом обратного интерполирования.
- 9) Среднеквадратичное приближение. Постановка задачи. Наилучшее приближение. Линейная аппроксимация. Квадратичная аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Нелинейная аппроксимация.

Раздел 4. Численное дифференцирование.

- 10) Постановка задачи. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на первой интерполяционной формуле Ньютона и формуле Стирлинга.
- 11) Формулы численного дифференцирования для равноотстоящих точек, выраженные через значения функции в этих точках. Графическое дифференцирование.

Раздел 5. Численные методы интегрирования.

- 12) Постановка задачи. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формула трапеций и ее остаточный член. Формула Симпсона.
- 13) Понятие о квадратурной формуле Чебышева. Квадратурная формула Гаусса. Точность квадратурных формул.
- 14) Числа Бернулли. Формула Эйлера-Маклорена. Приближенное вычисление несобственных интегралов. Графическое интегрирование.

Раздел 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

- 15) Задача Коши. Постановка задачи. Решение задачи Коши с помощью формулы Тейлора. Методы Рунге-Кутты. Методы с оценкой погрешности на шаге. Оценка погрешности одношаговых методов.
- 16) Конечно-разностные методы. Метод неопределенных коэффициентов. Оценка погрешности конечно-разностных методов. Особенности интегрирования систем уравнений.
- 17) Простейшие методы решения краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Функция Грина сеточной краевой задачи. Решение простейшей краевой сеточной задачи.
- 18) Постановка краевых задач для линейной системы первого порядка. Алгоритмы решения краевых задач для систем уравнений первого порядка. Нелинейные краевые задачи.

Содержание практических занятий по дисциплине (3 семестр)

Раздел 1. Введение в теорию погрешностей.

Содержание практических занятий.

- 1) Определение абсолютной и относительной погрешности. Решение прямой задачи теории погрешностей.

Раздел 2. Методы поиска решений нелинейных уравнений.

Содержание практических занятий.

- 2) Методы локализации корней нелинейного уравнения. Обусловленность задачи вычисления корня.
- 3) Отделение корней нелинейного уравнения. Уточнение корня нелинейного уравнения методом деления отрезка пополам.
- 4) Уточнение корня нелинейного уравнения методом простой итерации. Построение итерационной формулы и выбор начального приближения.
- 5) Метод Ньютона. Условие сходимости метода. Критерий окончания итераций. Упрощенный метод Ньютона. Метод секущих. Метод Стеффенсена. Уточнение метода Ньютона для случая кратного корня.

Раздел 3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Содержание практических занятий.

- 6) Нормы вектора v и матрицы. Типы используемых матриц. Квадратная матрица. Разреженные матрицы. Обусловленность задачи решения системы линейных алгебраических уравнений.
- 7) Метод Гаусса. Схема единственного деления. Трудоемкость метода. Метод Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице (схема полного выбора).
- 8) Разложение матрицы на множители. LU-разложение. Метод Холецкого (метод квадратных корней). Метод прогонки.

Раздел 4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Содержание практических занятий.

- 9) Решение системы линейных алгебраических уравнений методом простой итерации. Преобразование системы к виду, удобному для итераций. Оценка погрешности.

Содержание лабораторных занятий по дисциплине (3 семестр)

Раздел 1. Методы поиска решений нелинейных уравнений.

Содержание лабораторных занятий.

- 1) *Графический метод локализации корней нелинейного уравнения. Обусловленность задачи вычисления корня.*
- 2) *Табличный метод отделения корней нелинейного уравнения. Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab*
- 3) *Уточнение корня нелинейного уравнения методом простой итерации. Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab.*
- 4) *Итерационное уточнение корня нелинейного уравнения методом Ньютона. Выбор начального приближения. Построение итерационной формулы. Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab.*

Раздел 2. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Содержание лабораторных занятий.

- 5) *Нормы вектора v и матрицы. Квадратная матрица. Разреженные матрицы. Обусловленность задачи решения системы линейных алгебраических уравнений.*
- 6) *Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Программная реализация метода Гаусса средствами языка C++ и MatLab.*
- 7) *Решение СЛАУ методом Холецкого и методом прогонки. Программная реализация методов средствами языка C++ и MatLab.*

Раздел 3. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Содержание лабораторных занятий.

- 8) *Решение системы линейных алгебраических уравнений методом простой итерации. Преобразование системы к виду, удобному для итераций. Выбор начального приближения. Программная реализация метода средствами языка C++ и MatLab.*
- 9) *Решение СЛАУ методом Зейделя. Итерационные формулы метода. Программная реализация метода средствами языка C++.*

Содержание лабораторных занятий по дисциплине (4 семестр)

Раздел 1. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Содержание лабораторных занятий.

- 1) *Решение СЛАУ методом Зейделя. Итерационные формулы метода. Программная реализация метода средствами MatLab.*

Раздел 2. Методы поиска решений систем нелинейных уравнений.

Содержание лабораторных занятий.

- 2) *Решение системы нелинейных уравнений методом простой итерации. Программная реализация метода средствами языка C++.*

Раздел 3. Аппроксимация функций.

Содержание лабораторных занятий.

- 3) *Построение интерполяционного полинома Лагранжа. Вычисление коэффициентов полинома. Программная реализация алгоритма вычисления полинома Лагранжа средствами языка C++.*
- 4) *Метод наименьших квадратов. Линейная и квадратичная аппроксимация. Программная реализация алгоритмов вычисления коэффициентов аппроксимирующей функции.*

Раздел 4. Численное дифференцирование.

Содержание лабораторных занятий.

- 5) *Приближенное дифференцирование на основе первой интерполяционной формулы Ньютона и формулы Стирлинга. Программная реализация алгоритма вычисления производной средствами языка C++.*

Раздел 5. Численные методы интегрирования.

Содержание лабораторных занятий.

- 6) *Вычисление интеграла с помощью формулы Симпсона. Погрешность вчисления интеграла. Разработка приложения на языке C++ для вычисления интеграла по формуле Симпсона.*

Раздел 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Содержание лабораторных занятий.

- 7) *Решение задачи Коши с помощью формулы Тейлора. Методы Рунге-Кутты. Программная реализация методов средствами языка C++ и MatLab.*
- 8) *Конечно-разностные методы и метод неопределенных коэффициентов. Оценка погрешности и программная реализация конечно-разностных методов.*
- 9) *Решение краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Программная реализация алгоритма решения краевой задачи.*

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Метрология и качество программного обеспечения» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- Групповая дискуссия (все практические занятия);
- Анализ ситуаций (все практические занятия);
- Разбор конкретных ситуаций (лекционные занятия; все практические занятия);
- Уровневая дифференциация (контрольные мероприятия);
- Работа в малых группах (все практические занятия)..

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущий контроль успеваемости студентов (3 семестр)

Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №1

1. Найти абсолютную Δ и относительную δ погрешности числа a , имеющего только верные цифры.

- | | |
|-------------------|--------------------|
| 1. $a = 0,2387$; | 6. $a = 0,374$; |
| 2. $a = 3,751$; | 7. $a = 20,43$; |
| 3. $a = 11,445$; | 8. $a = 0,0384$; |
| 4. $a = 2,3445$; | 9. $a = 12,688$; |
| 5. $a = 8,345$; | 10. $a = 43,813$. |

2. Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них методом деления отрезка пополам с точностью до 0,01.

1. $x - \sin x = 0.25$
2. $\operatorname{tg} (0.58x + 0.1) = x^2$
3. $\sqrt{x} \cos (0.387x) = 0$
4. $x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$
5. $x^3 - 6x - 8 = 0$
6. $x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0$

3. Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них методом простой итерации с точностью до 0,01.

1. $3x - \cos x - 1 = 0$
2. $x + \lg x = 0.5$
3. $x^2 + 4\sin x = 0$
4. $x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$
5. $x^3 + 3x + 1 = 0$
6. $x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$

4. Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них методом Ньютона с точностью до 0,001.

1. $\operatorname{tg} (0.3x + 0.4) = x^2$
2. $\operatorname{ctg} x - x/3 = 0$
3. $x^2 + 4\sin x = 0$
4. $x^3 - 2x + 4 = 0$
5. $x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$
6. $x^3 + 4x - 6 = 0$

Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №2

1. Решить систему уравнений по формуле Крамера

$$\begin{aligned} 3.21x_1 - 4.25x_2 + 2.23x_3 &= 5.06 \\ 7.09x_1 + 1.17x_2 - 2.23x_3 &= 4.75 \end{aligned}$$

$$0.43x_1 - 1.4x_2 - 0.62x_3 = -1.05$$

2. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы

$$\begin{aligned} 0.42x_1 - 1.13x_2 + 7.05x_3 &= 6.15 \\ 1.14x_1 - 2.15x_2 + 5.11x_3 &= -4.16 \\ -0.71x_1 + 0.81x_2 - 0.02x_3 &= -0.17 \end{aligned}$$

3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{aligned} 7.09x_1 + 1.17x_2 - 2.23x_3 &= -4.75 \\ 0.43x_1 - 1.4x_2 - 0.62x_3 &= -1.05 \\ 3.21x_1 - 4.25x_2 + 2.13x_3 &= 5.06 \end{aligned}$$

4. Решить систему линейных уравнений методом простой итерации с точностью 0,01

$$\begin{aligned} x_1 &= 0.23x_1 - 0.04x_2 + 0.21x_3 - 0.18x_4 + 1.24 \\ x_2 &= 0.45x_1 - 0.23x_2 + 0.06x_3 - 0.88 \\ x_3 &= 0.26x_1 + 0.34x_2 - 0.11x_3 + 0.62 \\ x_4 &= 0.05x_1 - 0.26x_2 + 0.34x_3 - 0.12x_4 - 1.17 \end{aligned}$$

Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №3

1. Решить систему линейных уравнений методом Зейделя с точностью 0,01

$$\begin{aligned} x_1 &= 0.32x_1 - 0.18x_2 + 0.02x_3 + 0.21x_4 + 1.83 \\ x_2 &= 0.34x_1 - 0.08x_2 + 0.17x_3 - 0.18x_4 + 1.42 \\ x_3 &= 0.16x_1 + 0.34x_2 + 0.15x_3 - 0.31x_4 - 0.42 \\ x_4 &= 0.12x_1 - 0.26x_2 - 0.08x_3 + 0.25x_4 + 0.83 \end{aligned}$$

2. Используя метод простой итерации, решить систему нелинейных уравнений с точностью 0,001

$$\begin{aligned} \sin(x+1) - y &= 1.2 & \operatorname{tg}(xy + 0.4) &= x^2 \\ 2x + \cos y &= 2 & 0.6x^2 + 2y^2 &= 1, \quad x > 0, y > 0 \end{aligned}$$

3. Используя метод простой Ньютона, решить систему нелинейных уравнений с точностью 0,001

$$\begin{aligned} \sin(x+0.5) - y &= 1 & \operatorname{tg}(xy + 0.3) &= x^2 \\ \cos(y-2) + x &= 0 & 0.9x^2 + 2y^2 &= 1 \end{aligned}$$

Текущий контроль успеваемости студентов (4 семестр)

Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №1

1. Найти приближенное значение функции при данном значении аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, если функция задана: 1) в равноотстоящих узлах таблицы 2) в неравноотстоящих узлах таблицы.

Таблица 1

| x | y | Но варианта | x |
|------|---------|-------------|-------|
| 0.43 | 1.63597 | 1 | 0.702 |
| 0.48 | 1.73234 | | 0.512 |
| 0.55 | 1.87686 | | 0.645 |
| 0.62 | 2.03345 | 2 | 0.738 |
| 0.70 | 2.22846 | | 0.606 |
| 0.75 | 2.35973 | | 0.713 |

Таблица 2

| x | y | Но варианта | x |
|---|---|-------------|---|
|---|---|-------------|---|

| | |
|------|---------|
| 0.02 | 1.02316 |
| 0.08 | 1.09590 |
| 0.12 | 1.14725 |
| 0.17 | 1.21483 |
| 0.23 | 1.30120 |
| 0.30 | 1.40976 |

Таблица 3

| x | y |
|------|---------|
| 0.35 | 2.73951 |
| 0.41 | 2.30080 |
| 0.47 | 1.96864 |
| 0.51 | 1.78776 |
| 0.56 | 1.59502 |
| 0.64 | 1.34310 |

Таблица 4

| x | y |
|------|---------|
| 0.41 | 2.57418 |
| 0.46 | 2.32513 |
| 0.52 | 2.09336 |
| 0.60 | 1.86203 |
| 0.65 | 1.74926 |
| 0.72 | 1.62098 |

| | |
|---|-------|
| 3 | 0.102 |
| | 0.114 |
| | 0.125 |
| 4 | 0.203 |
| | 0.154 |
| | 0.237 |

| Но варианта | x |
|-------------|-------|
| 5 | 0.526 |
| | 0.453 |
| | 0.482 |
| 6 | 0.552 |
| | 0.436 |
| | 0.602 |

| Но варианта | x |
|-------------|-------|
| 7 | 0.616 |
| | 0.478 |
| | 0.665 |
| 8 | 0.573 |
| | 0.673 |
| | 0.517 |

2. Используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона, вычислить значения функции при данных значениях аргумента.

Таблица 1

| x | y |
|-------|----------|
| 1.375 | 5.04192 |
| 1.380 | 5.17744 |
| 1.385 | 5.32016 |
| 1.390 | 5.470695 |
| 1.395 | 5.629686 |
| 1.400 | 5.79788 |

Таблица 2

| x | y |
|-------|---------|
| 0.115 | 8.65729 |
| 0.120 | 8.29329 |
| 0.125 | 7.95829 |
| 0.130 | 7.64893 |
| 0.135 | 7.36235 |
| 0.140 | 7.09613 |

Таблица 3

| Но варианта | x |
|-------------|--------|
| 1 | 1.3832 |
| | 1.3926 |
| | 1.3862 |
| 2 | 1.3934 |
| | 1.3866 |
| | 1.3945 |

| Но варианта | x |
|-------------|--------|
| 3 | 0.1264 |
| | 0.1315 |
| | 0.1232 |
| 4 | 0.1334 |
| | 0.1285 |
| | 0.1176 |

| x | y |
|-------|---------|
| 1.150 | 6.61659 |
| 1.155 | 6.39989 |
| 1.160 | 6.19658 |
| 1.165 | 6.00551 |
| 1.170 | 5.82558 |
| 1.175 | 5.65583 |

Таблица 4

| x | y |
|-------|---------|
| 0.180 | 5.61543 |
| 0.185 | 5.46693 |
| 0.190 | 5.32634 |
| 0.195 | 5.19304 |
| 0.200 | 5.06649 |
| 0.205 | 4.94619 |

| Но варианта | x |
|-------------|--------|
| 5 | 0.1521 |
| | 0.1611 |
| | 0.1662 |
| 6 | 0.1542 |
| | 0.1625 |
| | 0.1548 |

| Но варианта | x |
|-------------|--------|
| 7 | 0.1838 |
| | 0.1875 |
| | 0.1944 |
| 8 | 0.1976 |
| | 0.2038 |
| | 0.1057 |

3. С помощью интерполяционных формул Ньютона и Гаусса найти значение первой и второй производных при данных значениях аргумента для функции, заданной таблично

| x | y |
|-----|-------|
| 2,4 | 3,526 |
| 2,6 | 3,782 |
| 2,8 | 3,945 |
| 3,0 | 4,043 |
| 3,2 | 4,104 |
| 3,4 | 4,155 |

4. С помощью интерполяционных формул Стирлинга и Бесселя найти значение первой и второй производных при данных значениях аргумента для функции, заданной таблично

| x | y |
|-----|-------|
| 3,6 | 4,222 |
| 3,8 | 4,331 |
| 4,0 | 4,507 |
| 4,2 | 4,775 |
| 4,4 | 5,159 |
| 4,6 | 5,683 |

Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №2

1. Вычислить интеграл по формулам левых и правых прямоугольников при $n = 10$, оценивая точность с помощью сравнения полученных результатов

1. $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$, $a = -1$, $b = 9$.

2. $f(x) = \sqrt{(1+x)(x^2 - 1)}$, $a = 2$, $b = 12$.

3. $f(x) = \sqrt{(50 - x^2)(x^2 + 1)}$, $a = -3$, $b = 7$.

4. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x + 11}$, $a = -2$, $b = 8$.

2. Вычислить интеграл по формуле трапеций с тремя десятичными знаками

1. $f(x) = \sqrt{(x^2 + 1)(2 + x)}$, $a = -1, b = 9$.
2. $f(x) = \sqrt{x^3 + 8}$, $a = -2, b = 8$.
3. $f(x) = \sqrt{27 - x^3}$, $a = -7, b = 3$.
4. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 6x + 37}$, $a = -5, b = 5$.
5. $f(x) = \sqrt{2 - x^3}$, $a = -9, b = 1$.
6. $f(x) = \sqrt{(x^2 - 3)(x + 1)}$, $a = 2, b = 12$.

3. Вычислить интеграл по формуле Симпсона при $n = 8$; оценить погрешность результата, составив таблицу конечных разностей

1. $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$, $a = -1, b = 9$.
2. $f(x) = \sqrt{(1 + x)(x^2 - 1)}$, $a = 2, b = 12$.
3. $f(x) = \sqrt{(50 - x^2)(x^2 + 1)}$, $a = -3, b = 7$.
4. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x + 11}$, $a = -2, b = 8$.

Примерный перечень вопросов к рейтинг-контролю №3

1. Дано дифференциальное уравнение второго порядка вида $F(y, y', y'') = 0$ с начальными условиями $y(x_0) = y_0$ и $y'(x_0) = y'_0$.

Для данного дифференциального уравнения найти решение $y = y(x)$, удовлетворяющее заданному начальному условию, в виде:

- а) пяти отличных от нуля членов разложения в степенной ряд;
- б) по методу Рунге-Кутты составить таблицу приближенных значений решения системы дифференциальных уравнений первого порядка, соответствующей заданному уравнению, на отрезке $[0; 0, 5]$ с шагом $h = 0,1$.

Все вычисления производить с округлением до пятого десятичного знака. Результаты, полученные в пунктах а) и б), сравнить.

1. $y'' - 5y' + 4y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
2. $y'' + 2y' + y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2$.
3. $y'' - 6y' - 7y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$.
4. $y'' + 7y' - 8y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0$.
5. $y'' - 10y' + 25y = 0, y(0) = 3, y'(0) = 0$.
6. $y'' - 5y' + 6y = 0, y(0) = 2, y'(0) = 1$.
7. $y'' + 5y' + 6y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
8. $y'' - 6y' + 5y = 0, y(0) = 2, y'(0) = 2$.
9. $y'' + 4y' + 3y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
10. $y'' + 6y' + 8y = 0, y(0) = 2, y'(0) = 1$.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (зачёт с оценкой).

Примерный перечень вопросов к зачёту с оценкой (3 семестр)

1. Классификация погрешностей результата численного решения задачи. Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешности.
2. Погрешности арифметических операций. Погрешность функции.
3. Методы поиска решений нелинейных уравнений. Постановка задачи. Методы локализации корней нелинейного уравнения. Обусловленность задачи вычисления корня.

4. Итерационное уточнение корней нелинейного уравнения. Метод деления отрезка пополам (метод дихотомии). Критерий окончания итераций.
5. Метод простой итерации. Сходимость метода. Критерий окончания итераций. Обусловленность метода простой итерации.
6. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения. Условие сходимости. Критерий окончания итераций. Метод секущих.
7. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Обусловленность задачи решения системы линейных алгебраических уравнений.
8. Метод Гаусса. Схема единственного деления. Метод Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице (схема полного выбора).
9. Разложение матрицы на множители. Метод Холецкого решения СЛАУ (метод квадратных корней). Метод прогонки.
10. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Простой итерации. Сходимость метода простой итерации. Апостериорная оценка погрешности.
11. Метод Зейделя. Итерационные формулы метода. Условие сходимости. Критерий окончания итераций.
12. Метод последовательной везхней релаксации. Итерационные формулы метода релаксаций. Модификации метода релаксаций.
13. Методы поиска решений систем нелинейных уравнений. Постановка задачи. Основные определения. Корректность и обусловленность задачи.
14. Метод простой итерации. Оценка апостериорной погрешности. Модификации метода Простой итерации.

**Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (зачет с оценкой).
Примерный перечень вопросов к зачету с оценкой (4 семестр)**

1. Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений. Итерационные формулы
2. Модификации метода Ньютона. Метод секущих. Метод Стеффенсена.
3. Интерполирование функций. Постановка задачи интерполирования. Приближенные формулы. Линейная интерполяция.
4. Конечные разности. Интерполяционный многочлен Ньютона. Интерполяционная формула Гаусса.
5. Интерполяционные формулы Стирлинга и Бесселя.
6. Интерполяция каноническим полиномом. Интерполяционный полином Лагранжа. Вычисление коэффициентов полинома. Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа.
7. Обратное интерполирование. Нахождение корней уравнения методом обратного интерполирования.
8. Среднеквадратичное приближение. Линейная и квадратичная аппроксимация. Метод наименьших квадратов.
9. Численное дифференцирование. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на первой интерполяционной формуле Ньютона и формуле Стирлинга.
10. Формулы численного дифференцирования для равноотстоящих точек.
11. Численное интегрирование. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
12. Формула трапеций. Остаточный член формулы трапеций.
13. Формула Симпсона. Остаточный член формулы Симпсона.
14. Понятие о квадратурной формуле Чебышева. Квадратурная формула Гаусса. Точность Квадратурных формул.
15. Числа Бернулли. Формула Эйлера-Маклорена. Приближенное вычисление неособенных интегралов.
16. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Решение задачи Коши с помощью формулы Тейлора.
17. Методы Рунге-Кутты. Оценка погрешности одношаговых методов.
10. Конечно-разностные методы. Метод неопределенных коэффициентов. Оценка погрешности конечно-разностных методов.
18. Простейшие методы решения краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.
19. Функция Грина сеточной краевой задачи. Решение простейшей краевой сеточной задачи.

20. Постановка краевых задач для линейной системы первого порядка. Алгоритмы решения краевых задач для систем уравнений первого порядка.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Численные методы» включает в себя следующие виды деятельности:

- 1) проработку учебного материала по конспектам, учебной и научной литературе;
- 2) подготовку к практическим занятиям, требующую совместного выполнения малыми группами студентов рассматриваемых на лекциях методов.
- 3) подготовку по всем видам контрольных мероприятий, в том числе к текущему контролю знаний и промежуточной аттестации.

Примерный перечень вопросов, рассматриваемых при самостоятельной работе студентов (3 семестр)

1. Программирование на алгоритмическом языке C++. Интегрированные пакеты MathCAD 6.0+ и Maple V R4. Состав и функциональные возможности пакетов. Важнейшие операторы
2. Погрешности вычислений. Определение количества верных значащих цифр. Погрешности алгебраических операций. Правила округления.
3. Прямая задача теории погрешностей.
4. Обратная задача теории погрешностей.
5. Погрешность округлений и запись чисел в ЭВМ.
6. Методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений: метод половинного деления (дихотомии); метод хорд (секущих); метод касательных (Ньютона); метод итераций. Оценка погрешностей. Требования к вычислительному алгоритму. Устойчивость и сложность алгоритма.
7. Методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод последовательного исключения неизвестных. Метод отражений.
8. Метод простой итерации. Особенности реализации метода простой итерации на ЭВМ. Оценка погрешности и ускорение сходимости.
9. Оптимизация скорости сходимости итерационных процессов. Метод Зейделя.
10. Итерационные методы с использованием спектрально-эквивалентных операторов.
11. Погрешность приближенного решения системы уравнений и обусловленность матрицы.

Примерный перечень вопросов, рассматриваемых при самостоятельной работе студентов (4 семестр)

1. Интерполирование. Приближенные формулы.
2. Интерполяционный многочлен Ньютона. Погрешность многочлена Ньютона.
3. Интерполяционный многочлен Эрмита. Сходимость интерполяции. Нелинейная интерполяция.
4. Интерполяция сплайнами. Многомерная интерполяция.
5. Среднеквадратичное приближение. Линейная аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Нелинейная аппроксимация.
6. Численное дифференцирование. Полиномиальные формулы. Метод Рунге-Ромберга.
7. Квазиравномерные сетки. Регуляризация дифференцирования.
3. Численное интегрирование. Полиномиальная аппроксимация. Формул трапеций.
8. Формула Эйлера. Формула Гаусса-Кристоффеля. Сходимость квадратурных формул.
9. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши.
10. Методы решения: метод Пикара; метод малого параметра; метод Адамса.
11. Краевые задачи. Разностный метод. Метод Галеркина.
12. Методы решения уравнения в частных производных. Основные понятия теории метода сеток. Аппроксимация простейших гиперболических задач.
13. Разностные схемы для одномерного параболического уравнения.
14. Разностная аппроксимация эллиптических уравнений.
15. Методы решения сеточных эллиптических уравнений.

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Книгообеспеченность

| Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство | Год издания | КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ | |
|---|-------------|---|---|
| | | Количество экземпляров изданий в библиотеке ВлГУ в соответствии с ФГОС ВО | Наличие в электронной библиотеке ВлГУ |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Основная литература* | | | |
| 1. Кондаков Н.С. Основы численных методов/ практикум. - М.: Московский гуманитарный университет, 2014. - 92 с. | 2014 | | http://www.iprbookshop.ru/36690 |
| 2. Колдаев В.Д. Численные методы и программирование: учебное пособие. - М. ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2016.- 336 с. | 2016 | | http://www.znaniium.com/catalog |
| 3. Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях/ учебное пособие.-М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015.- 241 с. | 2015 | | http://www.iprbookshop.ru/12283 |
| Дополнительная литература | | | |
| 1. Бахвалов Н.С. Численные методы/ учебное пособие.- М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012.- 653 с. | 2012 | | http://www.iprbookshop.ru/36690 |
| 2. Соболева О.Н. Введение в численные методы/ учебное пособие.- Новосибирск: Новосибирский гос. технический университет, 2011.- 64 с. | 2011 | | http://www.iprbookshop.ru/45362 |
| 3. Зализняк В.Е. Теория и практика по вычислительной математике / учебное пособие.- Красноярск: Сиб. фе-дер. ун-т, 2012.- 174 с. | 2012 | | http://www.znaniium.com/catalog |

7.2. Периодические издания

1. Информатика, вычислительная техника и инженерное образование. URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?issueid=1567393>
2. Наука и школа. URL: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/79294/udb/1270>
3. Информатика и образование. URL: <http://dlib.eastview.com/browse/publication/18946/udb/1270>

7.3. Интернет-ресурсы

1. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» - <http://biblioclub.ru/>
2. Электронная библиотека: <http://www.twirpx.com>

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий практического типа, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Практические занятия проводятся в аудитории (компьютерном классе) 511б-3 (или аналогичном компьютерном классе в зависимости от сетки расписания).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

- 1) MS Word;
- 2) MS PowerPoint;
- 3) MS Visual Studio.

Рабочую программу составил Горлов В.Н. _____

(ФИО, подпись)

Рецензент

(представитель работодателя) Ген. директор ООО «ФС-сервис» Квасов Д.С. _____

(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры физики и прикладной математики

Протокол № 1 от 31.08.2020 года

Заведующий кафедрой _____

(ФИО, подпись)

Аракелян С.М.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Протокол № 1 от 31.08.2020 года

Председатель комиссии _____

(ФИО, подпись)

Аракелян С.М.

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____