

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор  
по учебно-методической работе



А.А.Панфилов

« 17 » 04 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ»**

Направление подготовки – 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
Профиль подготовки  
Уровень высшего образования — бакалавриат  
Форма обучения – очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед/час.	Лекций, час.	Практич. занятий, час.	Лаборатор. работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
4	3/108	36	18	-	54	зачет
Итого	3/108	36	18	-	54	зачет

Владимир 2015

## **1. Цели освоения дисциплины**

Дисциплина «Комплексный анализ» входит в число дисциплин естественно научного цикла и включает в себя широкий круг вопросов как непосредственно теории функций комплексной переменной, так и приложений теории к вычислению интегралов, суммированию рядов.

Целью преподавания данной дисциплины является формирование у студентов представления о геометрических и метрических свойствах аналитических функций комплексной переменной, о методах теории вычетов, разложения функций в ряды Тейлора и Лорана, контурного интегрирования и о многом другом. Знание курса позволит будущему специалисту на практике применять эффективные методы теории функций комплексной переменной в самых разных задачах анализа.

Таким образом, дисциплина «Комплексный анализ» является одним из важнейших направлений в современной подготовке по специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к вариативной части ОПОП и является обязательной дисциплиной.

Ее изучение позволяет обучающимся

- применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- применять системный подход к анализу и синтезу сложных систем;
- уметь строить математические модели объектов профессиональной деятельности
- уметь использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования

Для освоения данной дисциплины обучающимся необходимо иметь теоретические знания и практические навыки по дисциплине линейная алгебра, математический анализ I, иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией, уметь использовать инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации.

Основные понятия дисциплины используются при изучении дисциплин: функций многих переменных, теория комплексных чисел, кратных интегралов и рядов, дифференциальных и разностных уравнений, теории вероятностей и математической статистики, вычислительных методов, Методов оптимизации и исследования операций, основ естествознания (физики).

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Комплексный анализ»**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими **общепрофессиональными компетенциями (ОПК):**

способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);

Выпускник должен обладать следующими **профессиональными компетенциями (ПК)**:  
 способностью понимать, совершенствовать и принимать современный математический аппарат (ПК-2);

В результате освоения дисциплины «Комплексный анализ» студент должен **владеть** : навыками решения практических задач, принципами применения в исследовательской и прикладной деятельности современного математического аппарата.

**Знать:** основные понятия и методы математического анализа, дифференциальное и интегральное исчисление; векторный анализ и элементы теории поля; дифференциальные уравнения и уравнения математической физики.

**Уметь:** — применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности.

— применять системный подход к анализу и синтезу сложных систем.

— уметь строить математические модели объектов профессиональной деятельности.

— уметь использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

#### 4. Структура и содержание дисциплины «Комплексный анализ»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Семинары	Практические	Лабораторные работы	Контрольные работы,	СРС	КП / КР		
1	Комплексные числа, их алгебраические и геометрически	4	1	2		2				4	2(50%)	

	е свойства.												
2	Функции комплексного переменного . Предел, непрерывность ф.к.п. Элементарные ф.к.п. Произвольные ряды.	4	2, 3	4		2			6	3(50%)			
3	Производная ф.к.п. Аналитичность . Условия Коши-Римана. Ряды и последовательности функций.	4	4, 5	4		2			6	3(50%)			
4	Гармонические и субгармонические функции, их связь с аналитическим и функциями.	4	6	2					2	1(50%)	Рейтинг-контроль		
5	Интеграл от ф.к.п. Теорема Коши. Формула Ньютона-Лейбница.	4	7, 8	4		2			6	3(50%)			
6	Интегральная формула Коши для аналитической функции. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных.	4	9, 10	4		2			6	3(50%)			
7	Теорема о среднем и принцип максимума для аналитических и гармонических функций. Теорема Лиувилля.	4	11	2					2	1(50%)			

8	Функциональные ряды, равномерная и абсолютная сходимость. Теорема Абеля. Радиус сходимости.	4	12	2		2		4	2(50%)	Рейтинг-контроль2
9	Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Нули аналитических функций. Целые функции. Теорема Лиувилля.	4	13	2				2	1(50%)	
10	Ряд Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Полос, порядок полюса. Существенно особая точка.	4	14	2		2		4	2(50%)	
11	Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Формулы для вычисления вычетов в полюсах.	4	15	2				2	1(50%)	
12	Логарифмические вычеты. Принцип аргумента. Теорема Руше.	4	16	2		2		4	2(50%)	
13	Лемма Жордана. Методы вычисления несобственных интегралов.	4	17	2				2	1(50%)	
14	Задача Дирихле для гармонических функций. Формула Пуассона.	4	18	2		2		4	2(50%)	Рейтинг-контроль№3
	<b>Итого:</b>			<b>36</b>		<b>18</b>		<b>54</b>	<b>27(50%)</b>	<b>зачет</b>

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

1. лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек);
3. применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
4. технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний). Объем учебной работы, с применением интерактивных методов — 27 часов, (50%).

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: контрольных работ, рейтинг – контролей, типовых расчетов и промежуточной аттестации - зачёта или экзамена.

### Текущий контроль в форме рейтинг - контроля.

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю №1 (4 семестр)

##### Контрольная работа №1

«Операции над комплексными числами. Аналитичность, условия Коши-Римана»

##### Вариант 1

1. Найти все решения уравнения.
2. Вычислить  $z^n \bar{z}$ .
3. Решить уравнения.
4. Проверить выполнение условия Коши-Римана и в случае их выполнения найти  $f'(z)$
5. Найти модуль и аргумент  $f'(z_0)$ .

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю №2 (4 семестр)

##### Контрольная работа №2

«Интегралы. Ряды Тейлора и Лорана»

##### Вариант 1

1. Вычислить следующие интегралы.
2. Вычислить интегралы по замкнутому контуру, используя интегральную формулу Коши (обход контура против часовой стрелки).
3. Степенные ряды, нахождение области сходимости.
4. Используя разложение основных элементарных функций, разложить функции в ряд Тейлора в заданной точке и указать область сходимости.

- Используя разложение основных элементарных функций, разложить функции в ряд Лорана в заданной точке и указать область сходимости.

### Контрольная работа к рейтинг-контролю №3 (4 семестр)

#### Контрольная работа №3

#### «Особые точки. Вычеты. Вычисление интегралов с помощью вычетов»

#### Вариант 1

- Найти все конечные особые точки и указать их тип.
- Найти вычеты в конечных особых точках.
- Используя теорему Коши о вычетах, вычислить интегралы.
- Вычислить несобственный интеграл от действительной функции, используя теорему Коши о вычетах.
- Вычислить интеграл от рациональных тригонометрических выражений.

### Промежуточная аттестация в форме зачета

#### Вопросы к зачету.

1. Комплексные числа, арифметические операции над комплексными числами. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа, их свойства. Различные формы записи комплексного числа. Возведение в степень и извлечение корней. Операция сопряжения, свойства.

2. Комплексная плоскость. Окрестность точки, открытые множества. Области и их границы, порядок связности. Примеры простейших областей. Кривые на комплексной плоскости, их ориентация.

3. Пополнение комплексной плоскости до расширенной комплексной плоскости. Бесконечно удаленная точка. Стереографическая проекция. Стереографические проекции прямых и окружностей.

4. Числовые последовательности и ряды. Абсолютная и условная сходимость. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши-Адамара.

5. Функции к.п. Предел, непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Понятия однозначности и неоднозначности (на примерах), однолиственности и неоднолиственности.

6. Производная ф.к.п. Аналитичность. Необходимость и достаточность условий Коши-Римана для аналитичности. Формула для вычисления производной.

7. Геометрический смысл производной. Конформность. Примеры явления и нарушения конформности.

8. Элементарные функции  $z^n$  и  $e^z$  (область однолиственности, обратные функции, графики).

9. Дробно-линейная функция. Однолиственность, обратная функция. Построение дробно-линейного отображения, переводящего три заданные точки в другие три заданные точки.

10. Дробно-линейная функция. Круговое свойство. Свойство симметрии.

11. Гармонические функции, их связь с аналитическими функциями. Сопряженные гармонические функции. Примеры. Нахождение мнимой части аналитической функции по ее действительной части. Примеры.

12. Криволинейный интеграл от ф.к.п. Основные свойства. Формула для вычисления

интеграла. Лемма об оценке интеграла.

13. Теорема Коши о независимости интеграла (от аналитической функции в односвязной области) от формы кривой, или, что то же самое, о равенстве нулю интеграла по замкнутому контуру. Обобщение на многосвязные области.

14. Интеграл как функция от верхнего предела интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница.

15. Понятие о многозначных интегралах. Примеры.

16. Интегральная формула Коши для аналитической функции.

17. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции. Ее применение к вычислению контурных интегралов. Существование производных всех порядков у аналитической функции.

18. Формула для среднего значения на окружности для аналитической функции. Принцип максимума модуля для аналитических функций.

19. Теорема Мореры.

20. Теорема Лиувилля.

21. Функциональные ряды, равномерная и абсолютная сходимость. Теоремы о почленном дифференцировании и интегрировании рядов из аналитических функций. Теорема Вейерштрасса.

22. Разложение аналитических функций в ряд Тейлора.

23. Тейлоровские разложения элементарных функций.

24. Оценки коэффициентов ряда Тейлора. Применение к приближенным вычислениям.

25. Нули аналитической функции, их порядок. Свойство изолированности нулей.

Теорема единственности для аналитических функций.

26. Разложение аналитических функций в ряд Лорана. Оценки коэффициентов ряда Лорана. Применение к приближенным вычислениям.

27. Изолированные особые точки и их классификация с помощью рядов Лорана.

28. Теорема Сохоцкого.

29. Основная теорема о вычетах. Формула для нахождения вычетов в полюсах. Вычет в простом полюсе.

30. Методы вычисления несобственных интегралов. Лемма Жордана.

31. Логарифмические вычеты. Принцип аргумента.

32. Теорема Руше.

33. Основная теорема алгебры.

34. Формула для среднего значения на окружности для гармонической функций.

Принцип максимума для гармонических функций.

35. Задача Дирихле для гармонических функций. Формула Пуассона.

### Самостоятельная работа в форме типового расчета

#### Типовой расчет №1

#### «Операции над комплексными числами. Производная. Интеграл от ф.к.п.»

1. Найти все решения уравнения.
2. Вычислить  $z^n \bar{z}$ .
3. Решить уравнения.
4. Проверить выполнение условия Коши-Римана и в случае их выполнения найти  $f'(z)$ .
5. Найти модуль и аргумент  $f'(z_0)$  и объяснить их геометрический смысл.
6. Вычислить следующие интегралы.



7. Вычислить интегралы по замкнутому контуру, используя интегральную формулу Коши (обход контура против часовой стрелки).

**Типовой расчет №2**  
**«Ряды. Вычеты. Интегралы»**

1. Степенные ряды, нахождение их области сходимости.
2. Используя разложение основных элементарных функций, разложить функции в ряд Тейлора в заданной точке и указать область сходимости.
3. Используя разложение основных элементарных функций, разложить функции в ряд Лорана в заданной точке и указать область сходимости.
4. Найти все конечные особые точки и указать их тип.
5. Найти вычеты в конечных особых точках.
6. Используя теорему Коши о вычетах, вычислить интегралы.
7. Вычислить несобственный интеграл от действительной функции, используя теорему Коши о вычетах.
8. Вычислить интеграл от рациональных тригонометрических выражений.

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**  
**«Комплексный анализ»**

**Основная литература:**

1. Шабунин, М. И. **Теория функций комплексного переменного**/ М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. - 2-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. - 344 с.: ил. - (Технический университет).-ISBN978-5-9963-0781-4.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996307814.html>
2. **Теория функций комплексного переменного: Учебник** / Е.С. Половинкин. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 254 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-004864-2, 500 экз. **Теория функций комплексного переменного: Учебник** / Е.С. Половинкин. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 254 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-004864-2, 500 экз.
3. Шабунин М. И. **Сборник задач по теории функций комплексного переменного**/ М. И. Шабунин, Е. С. Половинкин, М. И. Карлов. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015.- 365 с. ISBN 978-5-9963-2658-7  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996326587.html>

**Дополнительная:**

1. Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г. **Высшая математика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление.** Сборник задач с решениями: учебное пособие / Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г. - М.: Издательский дом МЭИ, 2012. – 304 с. - ISBN 978-5-383-00732-7. <http://www.studentlibrary.ru/book/MPEI210.html>
2. Мальшева Н.Б. **Функции комплексного переменного**/ Мальшева Н.Б., Розендорн Э.Р. —М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.—169с. ISBN978-5-9221-0977-2.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109772.html>
3. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. **Теория функций комплексной переменной: Учеб.: Для вузов.** - 6-е изд., стереот. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с. - (Курс высшей математики и математической физики.)- ISBN 978-5-9221-0133-2.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922101332.html>

### **Периодические издания**

1. Успехи математических наук, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414) (1 шт)
2. Автоматика и телемеханика, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414) (1 шт)

### **Программное обеспечение и Интернет – ресурсы**

1. Пакет Microsoft Excel

2. Math Cad

3. Visual C++

4. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru/>

5. Математическая энциклопедия <http://allmath.com/>

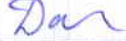
6. Образовательные ресурсы – [window.edu.ru/](http://window.edu.ru/)

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**



### **(МОДУЛЯ) «Комплексный анализ»**

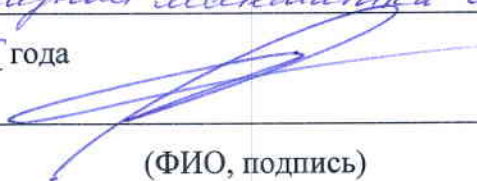
- Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с автоматическим экраном.
- Лаборатория численных методов (405-3): 25 посадочных мест, 13 персональных компьютеров со специализированным программным обеспечением, мультимедийный проектор с экраном.
- Электронные учебные материалы на компакт-дисках.
- Доступ в Интернет.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Рабочую программу составил профессор кафедры ФАиП В.И. Данченко   
(ФИО, подпись)

Рецензент директор по маркетингу ЗАО Инвестиционная фирма «ПРОК-Инвест»  
 Крисько О.В

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры   
Протокол № 4/2 от 17.04.2015 года  
Заведующий кафедрой  А.А. Давыдов  
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 01.03.02. "Прикладная математика и информатика"  
Протокол № 11А от 17.04.15 года  
Председатель комиссии  Аракелов С.М.  
(ФИО, подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Рабочая программа одобрена на 2016-2017 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 31.08.16 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Аракешев С.М.

Рабочая программа одобрена на 2017-2018 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 30.08.17 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Аракешев С.М.

Рабочая программа одобрена на 2018-2019 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 03.09.18 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Аракешев С.М.

Рабочая программа одобрена на 19-20 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 08.09.19 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

С.М. Аракешев

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_