

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по учебно-методической работе

А.А.Панфилов

« 07 » 04 2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

Направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль/программа подготовки _____

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
3	4/144	36	-	36	72	зачет с оценкой
Итого	4/144	36	-	36	72	зачет с оценкой

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины (модуля) являются:

- **изучение** системы математических знаний и умений, необходимых в профессиональной деятельности для разработки математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления, для изучения смежных дисциплин, продолжения образования;
- **интеллектуальное развитие**, формирование качеств личности, необходимых для успешной жизни в современном обществе; ясность и точность мышления, интуиция, элементы алгоритмической культуры, пространственных представлений;
- **формирование представлений** об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов; методах оптимизации;
- **воспитание** культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для научно-технического прогресса.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Численные методы» относится к базовой части основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». Для успешного изучения данной дисциплины студент должен владеть обязательным минимумом содержания основной образовательной программы по математике для данного направления (математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциальных уравнений). Знать основные понятия и методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории функций комплексного переменного. Уметь применять математические методы для решения практических задач. Владеть методами решения дифференциальных и алгебраических уравнений, дифференциального и интегрального исчисления, аналитической геометрии, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов.

Дисциплина формирует знания и навыки, необходимые в практической деятельности квалифицированного специалиста. В рамках учебного процесса может быть использована при подготовке выпускной квалификационной работы.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Процесс изучения дисциплины «Численные методы» направлен на формирование следующих компетенций:

№ п/п	Название компетенции	Индекс
Общекультурные компетенции (ОК)		
1.	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	ОПК-1
2.	способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	ОПК-3
Профессиональные компетенции (ПК)		
1.	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: - основные требования, предъявляемые к вычислительным схемам: корректность, устойчивость, сходимость; - вычислительные методы в линейной алгебре; - математическую теорию обработки эксперимента; - методы и алгоритмы приближенного интегрирования и дифференцирования; - вычислительные схемы и алгоритмы решения обыкновенных дифференциальных уравнений; - приемы программирования для персональных ЭВМ (IBM – совместимых компьютерах)

Уметь: - обоснованно выбрать численный метод, разработать алгоритм решения поставленной задачи; - разработать и отладить программу на алгоритмическом языке C++ для решения инженерных задач.

Владеть: - методами решения дифференциальных уравнений и систем с использованием преобразования Лапласа, оптимизационных задач для функции одной и нескольких переменных, методами дискретной математики и функционального анализа.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС			КП / КР
1	Линейная алгебра	3	1-2	4		4		8		4/50%	
2	Приближенное решение нелинейных уравнений	3	3-6	8		8		16		10/62%	рейтинг-контроль № 1
3	Методы решения систем алгебраических уравнений	3	7-9	6		6		12		6/50%	
4	Математическая обработка эксперимента	3	10-13	8		8		16		10/62%	рейтинг-контроль № 2
5	Численное интегрирование	3	14-15	4		4		8		4/50%	
6	Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем	3	16-18	6		6		12		6/50%	рейтинг-контроль № 3
Всего				36		36		72		36/50%	

Содержание разделов учебной дисциплины.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1	Линейная алгебра	1.1. Понятие о математическом и физическом моделировании. Основные виды математических моделей. Математическая теория погрешности. 1.2 Основные задачи линейной алгебры.
2	Приближенное решение нелинейных уравнений	2.1. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Постановка задачи. Основная теорема математического анализа. Метод деления отрезка пополам, метод простой итерации.. 2.2. Метод хорд, метод Ньютона и комбинированный метод.

		Алгоритмы и графическая иллюстрация.
3	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений	3.1. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод, использующий обратную матрицу. Формулы Крамера. 3.2. Алгоритм метода Гаусса и его устойчивость. Программная реализация прямого и обратного хода Гаусса. Модификация метода Гаусса - метод выбора главных элементов по столбцам. 2.3. Итерационные методы решения СЛАУ: метод простой итерации и метод Зейделя. Программная реализация приведенных методов.
4	Математическая обработка эксперимента	4.1. Математическая обработка экспериментальных данных: интерполирование и аппроксимация функций. Общая постановка задачи. Постановка задачи интерполяции. Понятие конечных разностей. Линейная интерполяция с постоянным и переменным шагом. 4.2 Формула Лагранжа. Интерполяционные полиномы Ньютона. Алгоритмы и программная реализация. Понятие кубических сплайнов. 4.3. Аппроксимация функций одной переменной. Выбор вида приближающей функции. Метод наименьших квадратов
5	Численное интегрирование	5.1. Численное интегрирование. Постановка задачи. Расчётные формулы метода прямоугольников и трапеций. 5.2. Вывод формулы Симпсона. Алгоритм Симпсона с автоматическим выбором шага. Программная реализация приведенных методов.
6	Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем	6.1. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши. Явные и неявные методы решения. Алгоритм Эйлера и проблема устойчивости вычислительных схем на его примере. Модификации метода Эйлера и программная иллюстрация. 6.2. Общая схема построения методов Рунге – Кутты. Графическая и программная иллюстрация. Особенности многошаговых алгоритмов. 6.3. Автоматизация выбора шага при численном интегрировании ОДУ.

Содержание лабораторных работ.

Решение нелинейных уравнений с одной переменной методом половинного деления, методом касательных, методом хорд и методом простой итерации.

Решение линейных систем итерационными методами. Решение линейных систем методом Гаусса и методом ортогонализации. Решение линейных систем методом простой итерации. Метод Зейделя. Вычисление определителей и обратных матриц.

Интерполирование функций с помощью многочленов Лагранжа и Ньютона. Интерполирование сплайнами.

Метод наименьших квадратов. Построение тригонометрического многочлена, аппроксимирующего заданную функцию. Вычисление ортогональных многочленов Чебышева. Вычисление многочленов наилучшего среднеквадратичного приближения функций ортогональными многочленами.

Численное дифференцирование. Численное интегрирование по формулам Ньютона-Котеса и по формулам Гаусса. Вычисление интегралов методом Монте-Карло.

Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений и систем обыкновенных дифференциальных уравнений численными методами

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При проведении лекционных занятий применяется классический подход преподавания учебного материала, предполагающий проблемную постановку задачи и переход к рассмотрению методов их решения.

Рекомендуется: Использование мультимедийных презентаций по ряду тем во время лекций. Презентация позволяет хорошо иллюстрировать лекцию, демонстрировать поведение функций, визуализировать метод построения поверхностей и т.д. В течение лекции преподаватель постоянно ведет диалог со студентами, задавая и отвечая на вопросы.

При проведении лабораторного практикума необходимо создать условия для максимально самостоятельного выполнения лабораторных работ. Поэтому при проведении лабораторного занятия преподавателю рекомендуется:

1. Провести экспресс-опрос (устно или в тестовой форме) по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы (с оценкой).
2. Проверить планы выполнения лабораторных работ, подготовленный студентом дома (с оценкой).
3. Оценить работу студента в лаборатории и полученные им данные (оценка).
4. Проверить и выставить оценку за отчет.

Любая лабораторная работа должна включать глубокую самостоятельную проработку теоретического материала, изучение методик проведения и планирование эксперимента, освоение измерительных средств, обработку и интерпретацию экспериментальных данных. При этом часть работ может не носить обязательный характер, а выполняться в рамках самостоятельной работы по курсу. В ряд работ целесообразно включить разделы с дополнительными элементами научных исследований, которые потребуют углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- подготовка и написание рефератов, докладов, очерков и других письменных работ на заданные темы;
 - подготовка мультимедийных презентаций;
 - выполнение домашних заданий разнообразного характера. Это - решение задач; подбор и изучение литературных источников; подбор иллюстративного и описательного материала по отдельным разделам курса в сети Интернет;
 - выполнение индивидуальных заданий, направленных на развитие у студентов самостоятельности и инициативы. Индивидуальное задание может получать как каждый студент, так и часть студентов группы;
- подготовка докладов исследовательского характера для выступления на научной студенческой конференции.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

а) вопросы рейтинг-контроля:

На рейтинг-контроль студентам предлагаются задачи по пройденным темам. Варианты заданий:

рейтинг-контроль № 1

1-10. Найти абсолютную Δ и относительную δ погрешности числа a , имеющего только верные цифры.

1. $a = 0,2387$;
2. $a = 3,751$;
3. $a = 11,445$;
4. $a = 2,3445$;
5. $a = 8,345$;

6. $a = 0,374$;
7. $a = 20,43$;
8. $a = 0,0384$;
9. $a = 12,688$;
10. $a = 43,813$.

рейтинг-контроль № 2

11 - 20. Вычислить по формуле Симпсона определенный интеграл функции с шагом

$h_1 = \frac{b-a}{10}$ и с шагом $h_2 = \frac{b-a}{20}$. Расчеты производить с точностью 10^{-3} :

11. $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$, $a = -1$, $b = 9$.

12. $f(x) = \sqrt{(1+x)(x^2 - 1)}$, $a = 2$, $b = 12$.

13. $f(x) = \sqrt{(50 - x^2)(x^2 + 1)}$, $a = -3$, $b = 7$.

14. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x + 11}$, $a = -2$, $b = 8$.

15. $f(x) = \sqrt{(x^2 + 1)(2 + x)}$, $a = -1$, $b = 9$.

16. $f(x) = \sqrt{x^3 + 8}$, $a = -2$, $b = 8$.

17. $f(x) = \sqrt{27 - x^3}$, $a = -7$, $b = 3$.

18. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 6x + 37}$, $a = -5$, $b = 5$.

19. $f(x) = \sqrt{2 - x^3}$, $a = -9$, $b = 1$.

20. $f(x) = \sqrt{(x^2 - 3)(x + 1)}$, $a = 2$, $b = 12$.

21 - 30. Методом наименьших квадратов найти эмпирическую формулу указанного вида для значений x и y , заданных таблицей.

21.

x	0	1	1,5	2,5	3	4,5	5	6	общий вид зависимости $y = ax + b$
y	0	67	101	168	202	310	334	404	

22.

x	46	48	50	52	54	56	58	60	общий вид зависимости $y = ax$
y	500	685	925	1100	1325	1520	1750	950	

23.

x	1	0,5	0,3	0,25	0,2	0,17	0,14	0,12	общий вид зависимости $y = a + \frac{b}{x}$
y	3	2	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	

24.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	общий вид зависимости $y = a + \frac{b}{x}$
y	521	308	240	204	183	175	159	152	

25.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	общий вид
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------

y	0,33	0,49	0,59	0,65	0,71	0,75	0,77	0,81	зависимости $y = ax + b$
-----	------	------	------	------	------	------	------	------	-----------------------------

26.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	общий вид зависимости $y = ax^b$
y	56,9	67,3	81,6	201	240	474	490	518	

27.

x	0	0,2	0,5	1	1,5	2	2,5	3	общий вид зависимости $y = ax^b$
y	1	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	

28.

x	0	4	10	15	21	29	36	51	общий вид зависимости $y = ae^{bx}$
y	0	41	106	145	205	285	350	3510	

29.

x	57	60	65	70	75	84	90	105	общий вид зависимости $y = ax + b$
y	67	71	76	80	86	93	99	114	

30.

x	1	3	6	14	20	30	51	60	общий вид зависимости $y = ax^b$
y	16	26	40	82	115	164	270	313	

рейтинг-контроль № 3

31 - 40. Дано дифференциальное уравнение второго порядка вида

$$F(y, y', y'') = 0$$

с начальными условиями

$$y(x_0) = y_0 \text{ и } y'(x_0) = y'_0.$$

Для данного дифференциального уравнения найти решение $y = y(x)$, удовлетворяющее заданному начальному условию, в виде:

а) пяти отличных от нуля членов разложения в степенной ряд;

б) по методу Рунге-Кутты составить таблицу приближенных значений решения системы дифференциальных уравнений первого порядка, соответствующей заданному уравнению, на отрезке $[0; 0,5]$ с шагом $h=0,1$.

Все вычисления производить с округлением до пятого десятичного знака. Результаты, полученные в пунктах а) и б), сравнить.

31. $y'' - 5y' + 4y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$

32. $y'' + 2y' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$

33. $y'' - 6y' - 7y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$

34. $y'' + 7y' - 8y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$

35. $y'' - 10y' + 25y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0.$

36. $y'' - 5y' + 6y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1.$

37. $y'' + 5y' + 6y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$

38. $y'' - 6y' + 5y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 2.$

39. $y'' + 4y' + 3y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$

40. $y'' + 6y' + 8y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1.$

б) вопросы к зачету с оценкой:

1. Алгоритм метода Гаусса и его устойчивость

2. Метод простых итераций при решении СЛАУ. Достаточное условие сходимости итерационного процесса.
3. Метод Зейделя при решении СЛАУ. Достаточное условие сходимости метода Зейделя
4. Отделение корней уравнения (графически и аналитически). Уточнение корня методом половинного деления.
5. Уточнение корня уравнения методом хорд
6. Уточнение корня уравнения методом касательных
7. Уточнение корня уравнения комбинированным методом.
8. Интерполирование функции. Линейная интерполяция, погрешность линейной интерполяции
9. Интерполяционный многочлен Лагранжа, оценка погрешности. Конечные разности
10. Интерполяционный многочлен Ньютона для равноотстоящих узлов (1-ая и 2-ая формулы).
11. Аппроксимация функций одной переменной. Выбор вида приближающей функции. Метод средних и метод наименьших квадратов.
12. Численное интегрирование. Метод прямоугольников и метод трапеций.
13. Численное интегрирование. Вывод формулы Симпсона (параболы).
14. Формулы Гаусса при численном интегрировании. Полином Лежандра.
15. Задача Коши. Метод Эйлера при решении дифференциального уравнения и систем ОДУ. Модификации метода Эйлера.
16. Метод Рунге-Кутты, графическая иллюстрация.
17. Многошаговые методы. Алгоритм Адамса.

в) вопросы для самостоятельной работы:

1. Программирование на алгоритмическом языке C++. Интегрированные пакеты MathCAD 6.0+ и Maple V R4. Состав и функциональные возможности пакетов. Важнейшие операторы
2. Погрешности вычислений. Определение количества верных значащих цифр. Погрешности алгебраических операций. Правила округления.
3. Методы решения нелинейных уравнений: графический, хорд, касательных, итераций. Оценка погрешностей. Требования к вычислительному алгоритму. Устойчивость и сложность алгоритма.
4. Методы численного решения систем линейных и нелинейных уравнений. Условия сходимости методов и оценка погрешностей.
5. Численное интегрирование. Погрешности численного интегрирования. Численное дифференцирование.
6. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона. Среднеквадратическое и равномерное приближение функций.
7. Приближенное решение дифференциальных уравнений с частными производными. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными: параболические, эллиптические и гиперболические уравнения. Граничные условия 1-го, 2-го и 3-го рода. Явные и неявные вычислительные схемы при решении уравнений параболического типа.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) Основная литература.

Кондаков Н.С. Основы численных методов/практикум. - Московский гуманитарный университет. - 92 с. 2014. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/36690>

Численные методы и программирование: Учебное пособие / В.Д. Колдаев; Под ред. Л.Г. Гагариной. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 336 с.: ил.; 60x90 1/16. - (Профессиональное образование). (переплет) ISBN 978-5-8199-0333-9, 300 экз. . – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=452274>

Численные методы в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под ред. В. А. Садовниченко. - 4-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ, 2015. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996329809.html>

Электронное издание на основе: Численные методы [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е.В. Карманова. - 2-е изд., стер. - М. : ФЛИНТА, 2015. - 172 с. - ISBN 978-5-9765-2303-6. . – Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976523036.html>

б) Дополнительная литература.

Соболева О.Н. Введение в численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Соболева О.Н.— Электрон. текстовые данные.— Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2011.— 64 с . – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45362>

Зализняк, В. Е. Теория и практика по вычислительной математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Зализняк, Г. И. Щепановская. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2012. - 174 с. - ISBN 978-5-7638-2498-8. . – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=441232>

Горлов В.Н., Еркова Н.И. Методы вычислительной математики для персональных компьютеров. Алгоритмы и программы: учеб. пособие .- Владимир, ВлГУ, 147 с.

в) Интернет-ресурсы.

1. ЭБС «IPRbooks» - <http://www.iprbookshop.ru/>
2. ЭБС «Znanium» - <http://znanium.com/>
3. Электронная библиотека ВлГУ - <http://library.vlsu.ru/>

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для проведения лабораторных занятий предназначена специализированная лаборатория, позволяющая проводить мультимедийные занятия.

Для выполнения лабораторных работ используется класс компьютеров, с программным обеспечением: язык программирования С++; Microsoft Office Word для оформления отчетов.


Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Рабочую программу составил доцент каф. ФиПМ, к.т.н. Горлов В.Н. 
(ФИО, подпись)

Рецензент
(представитель работодателя) И.В. Касов Д.С. Генеральный директор ООО "С-Сервис"
(место работы, должность, ФИО, подпись)


Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФиПМ

Протокол № 119 от 17.04.15 года

Заведующий кафедрой ФиПМ С.М. Аракелян 
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 01.03.02

Протокол № 11 от 07.04.15 года

Председатель комиссии С.М. Аракелян 
(ФИО, подпись)

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

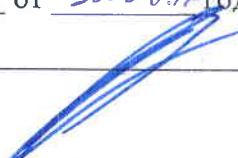
Рабочая программа одобрена на 2016-2017 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 31.08.16 года

Заведующий кафедрой  Аракелян С.М.

Рабочая программа одобрена на 2017-2018 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 30.08.17 года

Заведующий кафедрой  АРАКЕЛЯН С.М.

Рабочая программа одобрена на 2018-2019 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 03.09.17 года

Заведующий кафедрой  Аракелян С.М.

Рабочая программа одобрена на 19-20 учебный год
Протокол заседания кафедры № 1 от 02.09.19 года
Заведующий кафедрой _____

С.И. Арзамасов

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____