

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по УМР

А.А. Панфилов

« 14 » 04 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»**

**Направление подготовки** — 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

**Профиль/программа подготовки**

**Уровень высшего образования** — бакалавриат.

**Форма обучения** — очная.

Семестр	Трудоем- кость зач. ед, час.	Лек- ций, час.	Прак- тич. занят ий, час.	Лабора- т. работ, час.	СРС , час.	Форма промежуточного контроля (экс./зачет)
5	3/108	18	36		54	Зачет с оценкой
Итого:	3/108	18	36		54	Зачет с оценкой

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

Цель дисциплины «Функциональный анализ» — ознакомление с общей теорией функций, с методами работы в бесконечномерных функциональных пространствах и их приложениями в вычислительной математике. В терминах данной дисциплины традиционно излагаются многие задачи физики, технические проблемы и разнообразные процессы, происходящие в природе.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО.

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к базовой части учебного плана. Для освоения данной дисциплины обучающимся необходимо иметь теоретические знания и практические навыки по дисциплинам линейная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория функций комплексного переменного. Иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией, уметь использовать инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации.

Ее изучение позволяет обучающимся

- применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- применять системный подход к анализу и синтезу сложных систем;
- уметь строить математические модели объектов профессиональной деятельности
- уметь использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

Основные понятия «Функционального анализа» используются при изучении дисциплин: теория вероятностей и математическая статистика, вычислительная математика, методы оптимизации и исследование операций, физика.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

В результате освоения дисциплины «Функциональный анализ » студент должен обладать:

- способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
- способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2);

В результате освоения дисциплины студент должен:

- **Знать**
  - основные положения теории метрических (в том числе нормированных и гильбертовых) пространств;
  - основные положения современных теорий меры и интегрирования;
  - основные положения теории линейных функционалов и операторов;
  - основные методы приближенного и точного решения функциональных и линейных интегральных уравнений.

- **Уметь**
  - применять методы функционального анализа при решении прикладных задач;
  - применять методы функционального анализа при решении теоретико-вероятностных задач, задач математической физики и задач оптимального управления;
- **Владеть** методом функционального анализа при решении теоретических и прикладных задач.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы, коллоквиумы	СРС		
1	Элементы теории множеств	5	1	2	2			3	2 (50%)	
2	Метрические пространства	5	2-3	2	4			6	3 (50%)	
3	Линейные нормированные пространства	5	4-6	2	6			9	4 (50%)	Рейтинг-контроль 1
4	Гильбертовы пространства	5	7	2	2			3	2 (50%)	
5	Теория меры и интеграл Лебега	5	8-11	4	8			12	6 (50%)	Рейтинг-контроль 2
6	Вариационное исчисление	5	12-14	2	6			9	4 (50%)	
7	Компактные операторы в гильбертовом пространстве и интегральные уравнения	5	15-18	4	8			12	6 (50%)	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего</b>				<b>18</b>	<b>36</b>			<b>54</b>	<b>27 (50%)</b>	<b>Зачет с оценкой</b>

#### 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек);
3. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций);
4. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

В активной и интерактивной формах проводятся 50% аудиторных занятий.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.**

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

### **Текущий контроль в форме рейтинг - контроля.**

#### **Рейтинг- контроль 1.**

Линейные нормированные пространства. Теорема о сжимающем отображении.

#### **Рейтинг- контроль 2.**

Экстремальные задачи в линейных пространствах.

#### **Рейтинг- контроль 3.**

Уравнения Вольтерры.

### **Самостоятельная работа (типовые расчеты).**

#### **Типовой расчет №1**

«Метрические пространства.»

#### **Типовой расчет №2**

«Вариационное исчисление.»

#### **Типовой расчет №3**

«Интегральные уравнения.»

### **Промежуточная аттестация в форме зачета с оценкой.**

#### **Вопросы к зачету с оценкой.**

1. Множества, операции над множествами и их свойства. Системы множеств. Отношения. Отображения.
2. Мощность множества. Свойства счетных множеств.

3. Несчетность отрезка. Свойства множеств мощности континуум.
4. Теорема Кантора — Бернштейна.
5. Теорема Кантора о неэквивалентности множества семейству его подмножеств.
6. Определение и примеры метрических пространств. Сходящиеся последовательности.
7. Свойства открытых и замкнутых множеств.
8. Непрерывные отображения.
9. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах.
10. Полные метрические пространства. Теорема Бэра.
11. Теорема о равномерной ограниченности последовательности функций.
12. Принцип сжимающих отображений.
13. Условия компактности в метрических пространствах.
14. Свойства функций непрерывных на компакте.
15. Линейные нормированные пространства.
16. Линейные непрерывные операторы и функционалы, ограниченность и непрерывность, норма.
17. Теорема Банаха — Штейнгауза.
18. Существование непрерывной функции с расходящимся рядом Фурье.
19. Полнота пространства линейных операторов. Сопряженные пространства.
20. Теорема Хана — Банаха.
21. Теорема Банаха об обратном операторе.
22. Гильбертовы пространства. Ортонормированные системы векторов.
23. Теорема об элементе наилучшего приближения. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля.
24. Дифференцирование в линейных нормированных пространствах. Производные Фреше и Гато. Примеры.
25. Необходимые и достаточные условия локального экстремума линейного функционала.
26. Вычисление первой и второй вариации функционала.
27. Простейшие вариационные задачи. Вывод уравнения Эйлера. Условие Лежандра.
28. Задача о брахистохроне.
29. Построение меры Лебега на квадрате. Основные свойства меры.
30. Измеримые функции и их свойства.
31. Определение и свойства интеграла Лебега для ограниченных, положительных неограниченных, функций произвольного знака.
32. Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега.
33. Полнота пространств  $L_p(A)$ .
34. Компактные операторы в банаховом пространстве. Свойства компактных операторов.
35. Компактность оператора Фредгольма в пространстве  $C[a, b]$  и в  $L_2[a, b]$ .
36. Симметричные операторы в гильбертовом пространстве. Условие симметричности оператора Фредгольма в пространстве  $L_2[a, b]$ .
37. Теорема Гильберта о спектральном разложении компактного симметричного оператора в гильбертовом пространстве и следствия из нее

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ.**

### **Основная литература:**

1. Леонтьева Т. А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями- М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с. ISBN 978-5-16-006429-1, 1000 экз.

2. Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] / В.К. Романко. - 3-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. - 344 с.: ил. - (Технический университет). - ISBN 978-5-9963-0782-1.
3. Методы решения задач по теме «Интегральные уравнения, краевые и спектральные задачи»: Учебно-методическое пособие / Сандаков Е.Б., Гордеев Ю.Н., Простокишин В.М. - М.: НИЯУ "МИФИ", 2012. - 64 с. ISBN 978-5-7262-1734-5

#### **Дополнительная литература:**

1. Асташова И.В. Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие — М.: Евразийский открытый институт, 2011.— 112 с.
2. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс].— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.— 570 с
3. Бутко Я.А. Элементы функционального анализа и методы математической физики. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие.— М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2011.— 68 с.

#### **Программное обеспечение и Интернет – ресурсы:**

1. Пакет Microsoft Excel
2. Maple
3. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru/>
4. Математическая энциклопедия <http://allmath.com/>
5. Образовательные ресурсы – [window.edu.ru/](http://window.edu.ru/)

#### **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.**

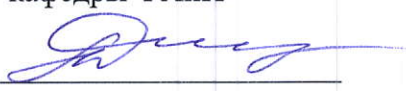
- Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с автоматическим экраном.
- Лаборатория численных методов (405-3): 25 посадочных мест, 13 персональных компьютеров со специализированным программным обеспечением, мультимедийный проектор с экраном.
  - Электронные учебные материалы на компакт-дисках.
  - Доступ в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Автор: доцент. каф. ФАиПМ В.Д.Бурков 

Рецензент директор по маркетингу ЗАО Инвестиционная фирма «ПРОК-Инвест»  
\_\_\_\_\_ О.В.Крисько

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП  
протокол № 4/2 от 17.04.2015 года.

Заведующий кафедрой - проф. Давыдов А.А. 

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии

направления 01.03.02

протокол № 11А от 17.04.2015 года.

Председатель комиссии \_\_\_\_\_ 

Программа переутверждена:

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_