

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по научной и инновационной работе

А.В. Федин

« 01 » 09 20 20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ГЕОМЕТРИЯ ЧИСЕЛ

Направление подготовки 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность подготовки 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Уровень высшего образования подготовка кадров высшей квалификации

Форма обучения очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ академ. час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточной аттестации (экз./зачет)
3	108/3	36	4		32	Экзамен 36
Итого	108/3	36	4		32	Экзамен 36

Владимир 2020

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Геометрия чисел» являются формирование у аспирантов знаний и компетенций в области теории чисел, использующей геометрические методы. Данная дисциплина способствует формированию будущих научно-педагогических кадров в области математики и других естественных наук.

Цель дисциплины – ознакомить аспирантов с арифметикой и геометрией диофантовых уравнений второй степени в целых рациональных числах.

Полученные знания помогут пониманию теории диофантовых уравнений, прояснят вопросы арифметики квадратичных алгебраических многообразий. Аспирантом будут предложено изучить и прикладные аспекты алгебраической теории квадратичных форм.

Задачами освоения дисциплины «Геометрия чисел» являются: диофантовы уравнения, вопросы арифметики квадратичных алгебраических многообразий, определение группы классов идеалов поля алгебраических; вычисление группы классов идеалов – получение аналитической формулы.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина (Б1.В.ДВ.1.) «Геометрия чисел» относится к вариативной части учебного плана для подготовки аспирантов по специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел».

Для понимания курса по геометрия чисел аспирант должен знать основные положения курса алгебры, элементарной теории чисел, теории Галуа, теории аналитических функций. Опирается на знания, полученные в курсе «Алгебра и теория чисел», «Диофантовы уравнения», «Нестандартная арифметика».

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
1	2	3
ОПК-1	частично	<i>Знать:</i> - основные способы и принципы построения решеток; - формулировки основных теорем курса <i>Уметь:</i> - формулировать и решать на основе изученной техники классические задачи о представлении чисел квадратичными формами; <i>Владеть:</i> - современными информационно-коммуникационными технологиями;
ПК-1	частично	<i>Знать:</i> - основные аналитические формулы и их качественные пояснения; - основные понятия курса: решетчатые упаковки, гексагональная решетка, многогранники Вороного, базис; <i>Уметь:</i> - самостоятельно проводить конкретные вычисления,

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу аспирантов и трудоемкость (в часах)				Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС		
1	Проблема упаковки шаров	3		6			5	3/50%	
2	Проблема контактного числа.	3		6	2		5	3/50%	
3	Проблема покрытия.	3		6			5	4/50%	
4	Решетки и квадратичные формы	3		6			5	3/50%	
5	Квантизаторы	3		6			6	4/50%	
6	Задачи для самостоятельного решения.	3		6	2		6	3/50%	
Итого за 3 семестр:				36	4		32	20/50%	Экзамен 36
Всего по УП				36	4		32	20/50%	Экзамен 36

Содержание дисциплины по темам (разделам)

№ п/п	Наименование раздела учебной дисциплины	Содержание раздела
1	2	3
1.	Раздел I. Проблема упаковки шаров	
1.1.	Тема 1. Полнейшая упаковка шаров равных радиусов в E_n .	Задача о наиболее плотной упаковке равных шаров, центры которых образуют решетку, эквивалентна задаче нахождения наибольшего значения минимумов положительно определенных квадратичных форм с данным определителем. Это самая старая: задача теории расположений и геометрии чисел.
1.2.	Тема 2. Плотнейшие упаковки равных шаров в подмножествах пространств E_n .	Задача о плотнейшей упаковке шаров в кубе (или шаре) эквивалентна задаче расположения k точек в единичном кубе (шаре) так, чтобы минимум расстояния между любыми двумя из них был наибольшим.
1.3.	Тема 3. Многократные упаковки равных шаров.	Упаковки неравных шаров. Упаковки шаров с плотностью 1.

		<p>необходимые для доказательства свойств и теорем курса;</p> <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - методами проведения теоретических и экспериментальных исследований в области теории чисел;
ПК-2	частично	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия курса: нормированное поле, виды нормирований, кольцо нормирования, идеал нормирования, пополнение поля по норме, представление элементов полного нормированного поля, символ Гильберта; <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать опыт и результаты собственных научных исследований для формирования профессионального мышления; <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - прикладными информационными технологиями в научно-исследовательской деятельности и использовать их в представлении результатов НИР; <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - технологиями планирования профессиональной деятельности в сфере научных исследований;
УК-1	частично	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - основные методы научно-исследовательской деятельности. <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах; критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника; - избегать автоматического применения стандартных формул и приемов при решении задач; - находить фундаментальные единицы для вещественных квадратичных полей;
УК-3	частично	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - формулировки основных теорем курса; <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов; <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - методом приведения находить эквивалентные квадратичные формы;
УК-5	частично	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - направления профессиональной самореализации; - приемы и технологии целеполагания и целереализации; - пути достижения более высоких уровней профессионального и личного развития; <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - формулировать цели профессионального и личностного развития, оценивать свои возможности, реалистичность и адекватность намеченных способов и путей достижения планируемых целей; - находить сокращенные формы пропозициональной логики, предикатов, целые базисы и дискриминанты квадратичных и кубических полей; <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - приемами целеполагания, планирования, реализации необходимых видов деятельности, оценки и самооценки результатов деятельности по решению профессиональных задач;

1	2	3
1.4.	Тема 4. Другие упаковки равных шаров: со свободными промежутками, без блокирования, fe-слоевые облака.	Упаковки выпуклых и звездных фигур и тел. Устойчивые (стабильные) упаковки. Покрытие неконгруэнтными кругами плоскости. Покрытие выпуклого тела гомотетичными ему телами.
2.	Раздел II. Проблема контактного числа.	Проблема тринадцати шаров. Контактные числа в больших размерностях. Сферические коды
3.	Раздел III. Проблема покрытия.	Наименее плотные покрытия пространства E_n равными шарами. Покрытие пространства E_n равными шарами (другие задачи). Другие задачи о покрытиях
4.	Раздел IV. Решетки и квадратичные формы	Алгоритмы построения диаграммы Вороного. Алгоритм Форчуна построения диаграммы Вороного.
5.	Раздел V. Квантизаторы	
6.	Раздел VI. Задачи для самостоятельного решения	Классические задачи геометрии чисел Проблема одновременных диофантовых приближений. Проблема однородного арифметического минимума. Проблема Эрмита арифметических минимумов положительных и квадратичных форм. Задача Маркова-Делоне.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Геометрия чисел» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- Интерактивная лекция (Раздел №1,2,3,5);
- Применение имитационных моделей (Раздел №5,6);

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ АСПИРАНТОВ

Текущий контроль успеваемости

1. Решетчатые упаковки.
2. Гексагональная решетка.
3. Многогранники Вороного.
1. Проблема тринадцати шаров.
2. Контактные числа в больших размерностях.
3. Сферические коды.
1. Многогранники Вороного.
2. Вычислительные аспекты покрытий.
3. Квадратичные формы и решетки.
4. Тэта-ряды.
5. Модулярные формы.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

Вопросы к экзамен

1. Решетчатые упаковки.
2. Гексагональная решетка.
3. Многогранники Вороного.
4. Проблема тринадцати шаров.
5. Контактные числа в больших размерностях.
6. Сферические коды.
7. Вычислительные аспекты покрытий.
8. Квадратичные формы и решетки.
9. Тэта-ряды.
10. Модулярные формы.

Вопросы для самостоятельной работы аспирантов.

В рамках самостоятельной работы предполагаются разнообразные виды исследовательской деятельности аспирантов: библиографическая работа, работа с электронными образовательными порталами, реферирование и аннотирование научных работ и научных статей по теории чисел, разработка презентаций по различным темам курса, разработка авторских проектов.

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

7. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, издательство	Год	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		печатные издания (кол-во)	электронные (наименование ресурсов)
1	2	3	4
Основная литература*			
1. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 544 с	2013		ЭБС «znanium» ISBN 978-5-91134-460-3
2. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М. : Проспект, 2015. - 400 с.	2015		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html
3. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.:	2015		ЭБС «znanium» ISBN 978-5-16-010206-1
Дополнительная литература*			
1. Салимов Р.Б. Математика для инженеров и технологов. [Электронный ресурс] / Салимов Р.Б. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009 - 484 с	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111560.html

2. Конвей Дж. "О кватернионах и октавах, об их геометрии, арифметике и симметриях. [Электронный ресурс] / Конвей Дж.; Пер. с англ. С.М. Львовского. - М.: МЦНМО, 2009." - 184 с.	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940575177.html
3. Смирнов Е.Ю. Группы отражений и правильные многогранники [Электронный ресурс] / Смирнов Е.Ю. - М.: МЦНМО, 2009. - 48 с	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940575252.html
4. Задачи и упражнения по дискретной математике [Электронный ресурс]: Учеб. пособие. / Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. - 3-е изд., перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. -	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922104777.html
5. Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию [Электронный ресурс] : Учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. - 8-е изд. - М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2013. - 432 с. - ISBN 978-5-394-01943-2.	2013		ЭБС «Знаниум» http://znanium.com/ ISBN 978-5-394-01943-2
Интернет-ресурсы			
1. Журнал «Алгебра и анализ» РАН			http://www.pdmi.ras.ru/AA
2. Журнал вычислительной математики и математической физики			http://www.mathnet.ru/zvmmf
3. Журнал "Математическое моделирование"			http://www.imamod.ru/journal
4. Журнал «Математические заметки»			http://www.mathnet.ru/mz
5. Журнал «Математический сборник»			http://www.mathnet.ru/msb

7.2. Материально-техническое обеспечение учебного процесса

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы (указать необходимое).

Лекционно-семинарская аудитория 230 Владимир, пр-т. Строителей, д. 11, (к.7)

Лицензии на Microsoft Windows/Office: Microsoft Open License 61248656/62857078/63848368/64196124

Visual Studio professional: MSDN подписка, Mathcad 14.0 M011: PKG-7518-FN

Лицензия на антивирусное ПО: Kaspersky Endpoint Security Standart 1356-161220-101943-827-71

Рабочую программу составил

профессор кафедры МОиИТ, д. ф.-м. н. В.Г. Журавлев



Рецензент

(представитель работодателя) к. ф.-м. н. доцент кафедры ИТ

ФГБОУ РАНХиГС А.А. Курова




(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического образования и информационных технологий

Протокол № 10 от 26.06.2020 года

Заведующий кафедрой МОиИТ Ю.Ю. Евсева



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 01.06.01 «Математика и механика»

Протокол № 1 от 31.08.2020 года

Председатель комиссии заместитель директора по УМР В.А.Игонин



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

