

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



Первый проректор, проректор по научной
и инновационной работе

В.Г. Прокошев

« _____ » _____ 201__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Математическая логика, алгебра и теория чисел

(наименование дисциплины)

Направление подготовки 01.06.01 – Математика и механика

Направленность (профиль) подготовки Математическая логика, алгебра и теория чисел

Уровень высшего образования Подготовка кадров высшей квалификации

Квалификация выпускника «Исследователь. Преподаватель-исследователь»

Форма обучения Очная

Год	Трудоем- кость зач. ед, час.	Лек- ции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СР, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
4	3/108	18			54	Экзамен (36 ч)
Итого	3/108	18			54	Экзамен (36 ч)

г. Владимир 2015 г.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Математическая логика, алгебра и теория чисел» являются формирование у аспирантов знаний и компетенций в области теории чисел, использующей логические методы, алгебраические и теоретико-числовые. Данная дисциплина способствует формированию будущих научно-педагогических кадров в области математики и других естественных наук. Цель дисциплины – ознакомить аспирантов с основными конструкциями математической логики, алгебры и теории чисел. Алгебро-геометрические методы, дзета-функции, ряды Дирихле, позволяют показать иное воплощение традиционных объектов арифметики. Полученные знания помогут пониманию теории алгебраических кривых (теория дивизоров, ветвление, группа классов дивизоров и т. д.), прояснят вопросы арифметики алгебраических многообразий.

Аспирантам будет предложено изучить и прикладные аспекты логики и алгебраической теории чисел.

Задачами освоения дисциплины «Математическая логика, алгебра и теория чисел» являются: определение пропозициональной логики, предикатов, алгебраических структур, теоретической и прикладной теории чисел.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (ОПОП ВО)

Современная теория чисел характеризуется значительным разнообразием существующих методов и подходов. Данная особенность характерна для двух ключевых разделов современной теории чисел – алгебраической и геометрической ее составляющих.

Дисциплина «Математическая логика, алгебра и теория чисел» является базовой дисциплиной для подготовки аспирантов по специальности «Математическая логика, алгебра и теория чисел». Имея ключевые знания в части алгебраических основ теории чисел, будущий кандидат наук может значимо повысить системность своей научной и педагогической деятельности, более качественно определять перспективные направления развития теории чисел, определять эффективные механизмы ее применения в прикладных областях: теории кодирования и криптосистем, теории информации и др.

Дисциплина «Математическая логика, алгебра и теория чисел» относится к вариативной части учебного плана дисциплин научной

специальности «Математическая логика, алгебра и теория чисел» и изучается на 4-м году обучения. Для понимания курса по алгебраической теории чисел аспирант должен знать основные положения курса алгебры, элементарной теории чисел, теории Галуа, теории аналитических функций.

Полученные знания будут использованы в курсах по теории алгебраических групп, арифметике алгебраических многообразий, теоретико-числовых методов в криптографии, теории полей классов, теории локальных полей. Знания и навыки, полученные аспирантами при изучении данного курса, необходимы при подготовке и написании диссертации по специальности «Математическая логика, алгебра и теория чисел».

Курс базируется на сочетании образовательной, специальной и практической подготовки.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения программы аспирантуры у выпускника должны быть сформированы:

- **универсальные компетенции**, не зависящие от конкретного направления подготовки;
- **общефессиональные компетенции**, определяемые направлением подготовки;
- **профессиональные компетенции**, определяемые направленностью (профилем) программы аспирантуры в рамках направления подготовки (далее – направленность программы).

Аспирант в результате обучения данной дисциплины должен овладеть следующими **компетенциями**:

- Общепрофессиональными:

1) способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);

- Профессиональными:

1) владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области теории чисел (ПК-1);

2) способность адаптировать и обобщать результаты современных теоретико-числовых исследований для целей преподавания алгебраических дисциплин

в высших учебных заведениях (ПК-2);

- Универсальными

- 1) способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях(УК-1);
- 2) готовность участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач(УК-3);
- 3) способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития(УК-5).

В результате освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Иметь представление:

- об основных направлениях развития теории алгебраических чисел;
- об основных методах исследования в теории алгебраических чисел.

1. Знать:

- определения основных объектов математической логики, алгебры и теории чисел (УК-3, УК-5): пропозициональная логика, предикаты, алгебраические структуры, основы теоретической и прикладной теории чисел.
 - формулировки основных теорем курса (УК-1, УК-5, ПК-1, ПК-2);
 - арифметику квадратичного поля и кругового поля (ОПК-1, ПК-1, ПК-2);
 - основные аналитические формулы и их качественные пояснения (ОПК-1, ПК-1, ПК-2);
 - приложения алгебраической теории чисел к задачам криптографии и математической теории кодов (ОПК-1, ПК-1, ПК-2).

2. Уметь:

- находить сокращенные формы пропозициональной логики, предикатов, целые базисы и дискриминанты квадратичных и кубических полей (УК-3, УК-5, ПК-1, ПК-2);
- в рамках теоремы Куммера находить разложения главных идеалов, порожденных простыми числами (УК-1, УК-5, ПК-1, ПК-2);
- находить фундаментальные единицы для вещественных квадратичных полей (УК-3, УК-5, ПК-1, ПК-2);

3. Владеть:

- методами решения базовых задач криптографии и математической теории кодов, находить число классов квадратичного поля (УК-1, УК-3);
- способами нахождения группы разложения идеала, нахождения образующих суммы и произведения идеалов (ОПК-1);
- аппаратом тестирования идеала на простоту (ОПК-1).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

«Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы 108 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Год обучения	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу аспирантов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Лекции	Семинары	Практические занятия	Лабораторные работы	СР	
1	Аксиоматическая теория множеств.	4	2				6	тестирование
2	Исчисление высказываний	4	2				6	тестирование
3	Алгебраические структуры: кольца, поля, алгебры.	4	2				6	тестирование
4	Арифметика полей алгебраических чисел	4	2				6	тестирование
5	Геометрические методы в теории чисел	4	2				6	тестирование

6	Аналитические методы в теории чисел	4	2				6	тестирование
7	Аналитическая формула для числа классов идеалов	4	2				6	тестирование
8	Важные примеры	4	2				6	тестирование
9	Прикладные аспекты теории чисел: коды	4	2				6	тестирование
	ИТОГО		18				54	Экзамен 36 ч

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В ходе освоения дисциплины «Диофантова теория» при проведении аудиторных занятий используются следующие образовательные технологии:

- практические занятия разных типов (семинар - конференция, семинар – деловая игра);

- практические занятия с использованием активных и интерактивных форм и методов проведения занятий: групповые дискуссии, мозговой штурм, групповое проектирование, проблемные беседы, анализ конкретных ситуаций.

В рамках самостоятельной работы предполагаются разнообразные виды исследовательской деятельности аспирантов: библиографическая работа, работа с электронными образовательными порталами, реферирование и аннотирование научных работ и научных статей по теории чисел, разработка презентаций по различным темам курса, разработка авторских проектов.

Предполагается использование комплекса программ типа MAPLE по обработке данных исследований и сеть Интернет.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ АСПИРАНТОВ

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Аксиомы теории множеств. Фундированные множества, вполне упорядоченные множества. Трансфинитная индукция. Теорема Цермело. Лемма Цорна.
2. Формулы исчисления высказываний. Булевы функции и их представление в КНФ и ДНФ. Алгоритм приведения в КНФ/ДНФ. Булевы схемы. Эффективная булева схема для сложения чисел.
3. Гильбертовское исчисление высказываний. Корректность. Лемма о дедукции. Основные правила натурального вывода. Теорема о полноте гильбертовского исчисления.
4. Исчисление секвенций. Резолюционная система доказательств.
5. Выразимость в арифметике. Бета-функции Геделя, арифметичность вычислимых функций. Арифметическая иерархия. Универсальные множества в арифметической иерархии.
6. Теоремы Тарского о невыразимости и Геделя о неполноте арифметики. Вторая теорема Геделя о неполноте.
7. Арифметика Пеано.
8. Минимальный многочлен элемента поля. Сопряженные элементы. Норма и след элемента, их свойства.
9. Дискриминант поля алгебраических чисел. Идеалы в кольцах целых алгебраических чисел. Примеры неглавных идеалов.
10. Норма идеала. Норма главного идеала. Определение дробного идеала. Операции над идеалами, свойства операций.
11. Теорема об однозначности разложения целого идеала в произведение простых идеалов и ее следствия. Законы разложения в кольцах целых алгебраических чисел.
12. Теорема Куммера. Законы разложения.
13. Расширения Галуа. Понятие сопряженных идеалов. Законы разложения в случае нормальных расширений.
14. Решетки. Основной параллелепипед решетки. Критерий полноты решетки. Лемма Минковского о выпуклом теле. Геометрическое изображение алгебраических чисел. Вычисление специальных

- объемов. Логарифмическое пространство. Геометрическое изображение единиц.
15. Структура группы единиц. Регулятор поля алгебраических чисел. Построение системы основных единиц.
 16. Нахождение основной единицы вещественного квадратичного поля. Группа классов идеалов поля алгебраических чисел. Теорема о конечности числа классов.
 17. Фундаментальная область. Вычисление одного объема. Принцип Дирихле. Аналитическая формула для числа классов.
 18. Квадратичное поле. Описание арифметики квадратичного поля. Законы разложения в квадратичных полях. Единицы квадратичного поля.
 19. Уравнение Пелля. Нахождение фундаментальной единицы поля. Кубическое поле. Случай нормального и ненормального расширения. Вычисление целого базиса для чисто кубического расширения поля рациональных чисел.
 20. Законы разложения в кубических полях. Круговое поле. Многочлен деления круга, его свойства. Кольцо целых элементов кругового поля. Законы разложения в круговых полях.
 21. Суммы Гаусса и их свойства. Суммы Гаусса как элементы круговых полей. Необходимое условие простоты числа на языке сумм Гаусса.

Вопросы для самостоятельной работы аспирантов.

1. Понятие высказывания. Алгебра высказываний.
2. Логические операции над высказываниями.
3. Логические вентили, схемы и структуры
4. Формулы алгебры логики. Равносильные формулы.
5. Булевы функции. Функционально полные системы булевых функций.
6. Минимизация булевых функций. Совершенные нормальные формы.
7. Понятие формулы исчисления высказываний. Доказуемые формулы.
8. Производные правила вывода.
9. Правила выводимости. Теорема дедукции.
10. Связь между алгеброй высказываний и исчислением высказываний.
11. Проблемы аксиоматического исчисления высказываний.
12. Понятие предиката. Операции над предикатами. Кванторные операции.
13. Формулы логики предикатов. Равносильности.

- 14.Предваренная нормальная форма. Сколемовские функции.
- 15.Общезначимость и выполнимость формул. Проблема разрешимости.
- 16.Алгоритмы распознавания общезначимости формул.
- 18.Метод резолюций в логике предикатов.
- 19.Интуиционистская, нечеткая и модальная логики.
- 22.Алгоритмические логики.
- 23.Формальные языки и грамматики.
- 24.Понятие алгоритма, его свойства. Классификация алгоритмов. Описание алгоритмов.
- 25.Машина Тьюринга.
- 26.Машина Поста.
- 27.Нормальные алгорифмы Маркова.
- 28.Вычислимые функции, разрешимые и перечислимые множества.
- 29.Рекурсивные функции. Классы рекурсивных функций.
- 30.Массовые проблемы. Неразрешимость проблем. Экстраалгоритм.
- 31.Алгоритмы и сложность. Сложностные классы задач.
- 32.Понятие NP-полной задачи.
- 33.Временная и пространственная сложность алгоритмов.
- 34.Построение эффективных алгоритмов.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Год издания	Количество экземпляров в библиотеке университета	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ	Количество аспирантов, использующих указанную литературу	Обеспеченность аспирантов литературой, %
1	2	3	4	5	6	7
Основная литература						
1	Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 544 с	2013		ЭБС «znanium» ISBN 978-5-91134-460-3	3	100%
2	Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия	2015		ЭБС «Консультант студента»	3	100%

	[Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М. : Проспект, 2015. - 400 с.			http://www .studentlib rary.ru/book /ISBN9785 392163397. html		
3	Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.:			ЭБС «znanium» ISBN 978- 5-16- 010206-1	3	100%
Дополнительная литература						
1	Салимов Р.Б. Математика для инженеров и технологов. [Электронный ресурс] / Салимов Р.Б. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009 - 484 с	2009		ЭБС «Консульт ант студента» http://www .studentlib rary.ru/book /ISBN9785 922111560. html	3	100%
2	Конвей Дж. "О кватернионах и октавах, об их геометрии, арифметике и симметриях. [Электронный ресурс] / Конвей Дж.; Пер. с англ. С.М. Львовского. - М.: МЦНМО, 2009." - 184 с.	2009		ЭБС «Консульт ант студента» http://www .studentlib rary.ru/book /ISBN9785 940575177. html	3	100%
3	Смирнов Е.Ю. Группы отражений и правильные многогранники [Электронный ресурс] / Смирнов Е.Ю. - М.: МЦНМО, 2009. - 48 с	2009		ЭБС «Консульт ант студента» http://www .studentlib rary.ru/book	3	100%

				/ISBN9785 940575252. html		
4	Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: ИНФРА-М, 2010. - 528 с.:	2010		ЭБС «znanium» ISBN 978- 5-9776- 0163-4	3	100%
5	Гуляян, Б. Ш. Математика. Базовый курс [Электронный ресурс] : учебник / Б. Ш. Гуляян, Р. Я. Хамидуллин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: МФПА, 2011. - 712 с.	2011		ЭБС «znanium» ISBN 978- 5-902597- 61-2.	3	100%

Интернет-ресурсы

1. <http://weblib.samsu.ru/level23.html>
2. http://www.numbertheory.org/ntw/number_theory.html
3. http://en.wikipedia.org/wiki/Generalized_continued_fraction
4. <http://lib.kbsu.ru>
5. <http://www.elibrary.ru>
6. <http://www.rsl.ru/>
7. <http://www.nlr.ru/>
8. <http://www.lib.vsu.ru>

Периодические издания:

1. Журнал «Алгебра и анализ» РАН (<http://www.pdmi.ras.ru/AA>)
2. Журнал вычислительной математики и математической физики (<http://www.mathnet.ru/zvmmf>)
3. Журнал "Математическое моделирование" (<http://www.imamod.ru/journal>)
4. Журнал «Математические заметки» (<http://www.mathnet.ru/mz>)
5. Журнал «Математический сборник» (<http://www.mathnet.ru/msb>)


8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекции с использованием мультимедийных программ. Практические занятия студентов с аудио- и видеоматериалами. Основные базы данных и основные программные продукты в сети Интернет.

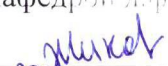
Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО (уровень подготовки кадров высшей квалификации) по направлению 01.06 – Математика и механика и направленности (профиль) подготовки 01.06.01 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Рабочую программу составил

д. ф.-м. н., профессор кафедры математического анализа Журавлев В.Г. 

Рецензент начальник отдела научной и международной деятельности, доцент кафедры информационных технологий ФГКОУ ВО Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, кандидат физико-математических наук Жукова А.А. 

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа протокол № 10а от 3.06.15 года

Заведующий кафедрой д.ф.-м.н., профессор кафедры математического анализа Жиков В.В. 

Программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 01.06.01 «Математика и механика» (Математическая логика, алгебра и теория чисел) протокол № 1 от 3.06.2015

Председатель комиссии  д.ф.-м.н., доцент Игунин В.А.

Программа переутверждена на 2017/18 учебный год.

Протокол заседания кафедры № 1 от 4.09.2017 года.

Заведующий кафедрой Ю.Е. Евсеева Ю.Ю.
МОиСТ.

Программа переутверждена на _____ учебный год.

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.

Заведующий кафедрой _____

Программа переутверждена на _____ учебный год.

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.

Заведующий кафедрой _____

Программа переутверждена на _____ учебный год.

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.

Заведующий кафедрой _____