

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



Первый проректор, проректор по научной
и инновационной работе

В.Г. Прокошев

« _____ » _____ 201__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Алгебраическая теория чисел

(наименование дисциплины)

Направление подготовки 01.06.01 – Математика и механика

Направленность (профиль) подготовки Математическая логика, алгебра и теория чисел

Уровень высшего образования Подготовка кадров высшей квалификации

Квалификация выпускника «Исследователь. Преподаватель-исследователь»

Форма обучения Очная

Год	Трудоем- кость зач. ед, час.	Лек- ции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРА, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
2	2/72		18		54	зачет
Итого	2/72		18		54	зачет

г. Владимир 2015 г.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Алгебраическая теория чисел» являются формирование у аспирантов знаний компетенций в области теории чисел, использующей алгебраические методы. Данная дисциплина способствует формированию будущих научно-педагогических кадров в области математики и других естественных наук.

Цель дисциплины – ознакомить аспирантов с арифметикой целых алгебраических чисел, показать сходство и различие классической арифметики и арифметики колец целых чисел конечных расширений поля рациональных чисел. Алгебро-геометрические методы, дзета-функции, ряды Дирихле, позволяют показать иное воплощение традиционных объектов арифметики. Полученные знания помогут пониманию теории алгебраических кривых (теория дивизоров, ветвление, группа классов дивизоров и т. д.), прояснят вопросы арифметики алгебраических многообразий.

Аспирантам будет предложено изучить и прикладные аспекты алгебраической теории чисел.

Задачами освоения дисциплины «Алгебраическая теория чисел» являются: определение группы классов идеалов поля алгебраических чисел как меры неоднозначности разложения на простые; вычисление группы классов идеалов – получение аналитической формулы; навыки конкретных вычислений в алгебраической теории чисел.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (ОПОП ВО)

Дисциплина «Алгебраическая теория чисел» является базовой дисциплиной для подготовки аспирантов по специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел». Имея ключевые знания в части алгебраических основ теории чисел, будущий кандидат наук может значимо повысить системность своей научной и педагогической деятельности, более качественно определять перспективные направления развития теории чисел, определять эффективные механизмы ее применения в прикладных областях: теории кодирования и криптосистем, теории информации и др. Современная теория чисел характеризуется значительным разнообразием существующих методов и подходов. Данная особенность характерна для двух ключевых разделов современной теории чисел – алгебраической и геометрической ее составляющих.

Дисциплина «Алгебраическая теория чисел» изучается на 2 курсе и относится к блоку «Дисциплины по выбору» учебного плана. Для понимания курса по алгебраической теории чисел аспирант должен знать основные положения курса алгебры, элементарной теории чисел, теории Галуа, теории аналитических функций.

Связь с последующими дисциплинами:

Полученные знания будут использованы в курсах по теории алгебраических групп, арифметике алгебраических многообразий, теоретико-числовых методов в криптографии, теории полей классов, теории локальных полей. Знания и навыки, полученные аспирантами при изучении данного курса, необходимы при подготовке и написании диссертации по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Курс базируется на сочетании образовательной, специальной и практической подготовки.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения программы аспирантуры у выпускника должны быть сформированы:

- **универсальные компетенции**, не зависящие от конкретного направления подготовки;
- **общепрофессиональные компетенции**, определяемые направлением подготовки;
- **профессиональные компетенции**, определяемые направленностью (профилем) программы аспирантуры в рамках направления подготовки (далее – направленность программы).

Аспирант в результате обучения данной дисциплины должен овладеть следующими *компетенциями*:

- Общепрофессиональными:

1) способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);

- Профессиональными:

1) владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области теории чисел (ПК-1);

2) способность адаптировать и обобщать результаты современных теоретико-числовых исследований для целей преподавания алгебраических дисциплин в высших учебных заведениях (ПК-2);

- Универсальными

1) способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях(УК-1);

2) готовность участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач(УК-3);

3) способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития(УК-5).

В результате освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Иметь представление:

- об основных направлениях развития теории алгебраических чисел;
- об основных методах исследования в теории алгебраических чисел.

1. Знать:

- определения основных объектов алгебраической теории чисел (УК-3, УК-5): кольцо целых, след и норма элемента, дискриминант поля, единица кольца, идеал, норма идеала, индекс ветвления, группа разложения, группа классов идеалов, характер Дирихле, суммы Гаусса, дзета-функции, ряды Дирихле;
 - формулировки основных теорем курса (УК-1, УК-5, ПК-1, ПК-2);
 - арифметику квадратичного поля и кругового поля (ОПК-1, ПК-1, ПК-2);
 - основные аналитические формулы и их качественные пояснения (ОПК-1, ПК-1, ПК-2);
 - приложения алгебраической теории чисел к задачам криптографии (ОПК-1, ПК-1, ПК-2).

2. Уметь:

- находить целые базисы и дискриминанты квадратичных и кубических полей (УК-3, УК-5, ПК-1, ПК-2);
- в рамках теоремы Куммера находить разложения главных идеалов, порожденных простыми числами (УК-1, УК-5, ПК-1, ПК-2);
- находить фундаментальные единицы для вещественных квадратичных полей (УК-3, УК-5, ПК-1, ПК-2);

3. Владеть:

- методами использования константы Минковского, нахождения числа классов квадратичного поля (УК-1, УК-3, ПК-1, ПК-2);
- способами нахождения группы разложения идеала, отыскания образующих суммы и произведения идеалов (ОПК-1, ПК-1, ПК-2);
- операцией тестирования идеала на простоту (ОПК-1, ПК-1, ПК-2).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «Алгебраическая теория чисел»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы 72 часа.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Год обучения	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу аспирантов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточно й аттестации
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СР	
1	Арифметика полей алгебраических чисел	2		4		9	Презентации
2	Геометрические методы в теории чисел	2		4		9	Дискуссия
3	Аналитические методы в теории чисел	2		2		9	Рефераты
4	Аналитическая формула для числа классов идеалов	2		4		9	Презентации
5	Важные примеры	2		2		9	Рефераты
6	Прикладные аспекты алгебраической теории чисел	2		2		9	Дискуссия
	Итого			18		54	

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В ходе освоения дисциплины «Алгебраическая теория чисел» при проведении аудиторных занятий используются следующие образовательные технологии:

- практические занятия разных типов (семинар- конференция, семинар – деловая игра);

- практические занятия с использованием активных и интерактивных форм и методов проведения занятий: групповые дискуссии, мозговой штурм, групповое проектирование, проблемные беседы, анализ конкретных ситуаций.

В рамках самостоятельной работы предполагаются разнообразные виды исследовательской деятельности аспирантов: библиографическая работа, работа с электронными образовательными порталами, реферирование и аннотирование научных работ и научных статей по теории чисел, разработка презентаций по различным темам курса, разработка авторских проектов.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ АСПИРАНТОВ

Вопросы для самостоятельной работы аспирантов.

1. Вложения областей целостности в поля.
2. Поле частных области целостности.
3. Поля рациональных дробей.
4. Китайская теорема об остатках.
5. Конечные расширения поля.
6. Алгебраические элементы над полем.
7. Трансцендентные элементы над полем.
8. Минимальный многочлен алгебраического элемента.
9. Алгебраические расширения полей.
10. Трансцендентные расширения полей.
11. Простое расширение поля.
12. Поле разложения многочлена и его существование и единственность.

Вопросы для подготовки к зачету

1. Минимальный многочлен элемента поля. Сопряженные элементы. Норма и след элемента, их свойства.
2. Дискриминант поля алгебраических чисел. Идеалы в кольцах целых алгебраических чисел. Примеры неглавных идеалов.
3. Норма идеала. Норма главного идеала. Определение дробного идеала. Операции над идеалами, свойства операций.
4. Теорема об однозначности разложения целого идеала в произведение простых идеалов и ее следствия. Законы разложения в кольцах целых алгебраических чисел.
5. Теорема Куммера. Законы разложения.
6. Расширения Галуа. Понятие сопряженных идеалов. Законы разложения в случае нормальных расширений.
7. Решетки. Основной параллелепипед решетки. Критерий полноты решетки. Лемма Минковского о выпуклом теле. Геометрическое изображение алгебраических чисел. Вычисление специальных объемов. Логарифмическое пространство. Геометрическое изображение единиц.
8. Структура группы единиц. Регулятор поля алгебраических чисел. Построение системы основных единиц.
9. Нахождение основной единицы вещественного квадратичного поля. Группа классов идеалов поля алгебраических чисел. Теорема о конечности числа классов.
10. Дзета- функция Дедекинда, ее свойства. Характеры Дирихле. L-ряды Дирихле. Основные свойства L-рядов Дирихле. Первое фундаментальное неравенство теории полей классов. L-функции абелевых расширений.
11. Фундаментальная область. Вычисление одного объема. Принцип Дирихле. Аналитическая формула для числа классов.
12. Квадратичное поле. Описание арифметики квадратичного поля. Законы разложения в квадратичных полях. Единицы квадратичного поля.
13. Уравнение Пелля. Нахождение фундаментальной единицы поля. Кубическое поле. Случай нормального и ненормального

расширения. Вычисление целого базиса для чисто кубического расширения поля рациональных чисел.

14. Законы разложения в кубических полях. Круговое поле. Многочлен деления круга, его свойства. Кольцо целых элементов кругового поля. Законы разложения в круговых полях.
15. Суммы Гаусса и их свойства. Суммы Гаусса как элементы круговых полей. Необходимое условие простоты числа на языке сумм Гаусса.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Год издания	Количество экземпляров в библиотеке университета	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ	Количество аспирантов, использующих указанную литературу	Обеспеченность аспирантов литературой, %
1	2	3	4	5	6	7
Основная литература						
1	Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. -	2014		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html	3	100%
2	Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая	2015		ЭБС «Консультант	3	100%

	геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М. : Прспект, 2015 – 225с			студента» http://www .studentlib rary.ru/book /ISBN9785 392163397. html		
3	В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. - М. : Прспект, 2015 – 144с	2015		ЭБС «Консульт ант студента» http://www .studentlib rary.ru/book /ISBN9785 392168934. html	3	100%
4	Н.Д. Золотарёва [и др.]; под ред. М. В. Федотова Алгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями [Электронный ресурс] / Н.Д. Золотарёва и др.; под ред. М. В. Федотова. - М. : БИНОМ, 2015 – 240с	2015		ЭБС «Консульт ант студента» http://www .studentlib rary.ru/book /ISBN9785 996328017. html	3	100%
Дополнительная литература						
1	Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия. [Электронный ресурс] / Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009.-	2009		ЭБС «Консульт ант студента» http://www .studentlib rary.ru/book /ISBN9785	3	100%

	512 с			922111393.html		
2	Гельфанд И.М., Шень А. Алгебра. [Электронный ресурс] / Гельфанд И.М., Шень А. - 2-е изд., испр. и дополн. - М.: МЦНМО, 2009. -144 с	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html	3	100%
3	Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М. : Прометей, 2013. – 80 с	2013		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html	3	100%
4	Епихин В.Е. Алгебра и теория пределов. Элективный курс [Электронный ресурс] / Епихин В.Е. - М. : БИНОМ, 2012. – 352 с	2012		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html	3	100%

Интернет-ресурсы

1. <http://lib.kbsu.ru>
2. <http://www.elibrary.ru>
3. <http://www.rsl.ru/>
4. <http://www.nlr.ru/>
5. <http://www.lib.vsu.ru>

Периодические издания:

1. Журнал «Алгебра и анализ» РАН (<http://www.pdmi.ras.ru/AA>)
2. Журнал вычислительной математики и математической физики (<http://www.mathnet.ru/zvmmf>)
3. Журнал "Математическое моделирование" (<http://www.imamod.ru/journal>)
4. Журнал «Математические заметки» (<http://www.mathnet.ru/mz>)
5. Журнал «Математический сборник» (<http://www.mathnet.ru/msb>)

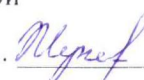
**8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Лекции с использованием мультимедийных программ. Практические занятия студентов с аудио- и видеоматериалами. Основные базы данных и основные программные продукты в сети Интернет.

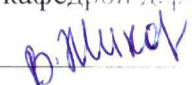
Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО (уровень подготовки кадров высшей квалификации) по направлению 01.01.06 – Математика и механика и направленности (профилю) подготовки 01.06.01 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Рабочую программу составил

д. ф.-м. н., профессор кафедры математического анализа Журавлев В.Г. 

Рецензент начальник отдела научной и международной деятельности, доцент кафедры информационных технологий ФГБОУ ВО Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, кандидат физико-математических наук Жукова А.А. 

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа протокол № 10а от 3.06.2015 года

Заведующий кафедрой д.ф.-м.н., профессор кафедры математического анализа Жиков В.В. 

Программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 01.06.01 «Математика и механика» (Математическая логика, алгебра и теория чисел) протокол № 1 от 3.06.2015

Председатель комиссии  к.ф.-м.н., доцент Игонин В.А.

Программа переутверждена на 2017/18 учебный год.

Протокол заседания кафедры № 1 от 4.09.2017 года.

Заведующий кафедрой Ю.Е. Евсеева Ю.Ю.
МОиСТ.

Программа переутверждена на _____ учебный год.

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.

Заведующий кафедрой _____

Программа переутверждена на _____ учебный год.

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.

Заведующий кафедрой _____

Программа переутверждена на _____ учебный год.

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.

Заведующий кафедрой _____