

# АННОТАЦИЯ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ ДИОФАНТОВА ТЕОРИЯ

01.06.01 «Математика и механика»

01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Подготовка кадров высшей квалификации

3 семестр

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Диофантова теория» формирование у аспирантов знаний и компетенций в области теории чисел, использующей арифметико-алгебраические методы. Данная дисциплина способствует формированию будущих научно-педагогических кадров в области математики и других естественных наук.

Цель дисциплины – ознакомить аспирантов с арифметикой и геометрией диофантовых уравнений в целых алгебраических чисел, показать сходство и различие классической арифметики и арифметики колец целых чисел конечных расширений поля рациональных чисел, ознакомить аспирантов с нормированными полями, нормированиями поля рациональных чисел и его конечных расширений. Изложить учащимся основы арифметики и анализа в локальных полях. На примере квадратичных форм раскрыть суть принципа Минковского-Хассе.

Задачами освоения дисциплины «Диофантова теория чисел» являются: введение нормирований и пополнений поля рациональных чисел как инструмента решения диофантовых задач; сведение диофантовой задачи в локальном случае к задаче над конечным полем; навыки конкретных вычислений; знакомство с основами анализа, арифметики локальных полей.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина (Б1.В.ДВ.1.) «Диофантова теория» относится к вариативной части учебного плана для подготовки аспирантов по специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел».

Для понимания курса по алгебраической теории чисел аспирант должен знать основные положения курса алгебры, элементарной теории чисел, теории Галуа, теории аналитических функций. Опирается на знания, полученные в курсе «Алгебра и теория чисел», «Диофантовы уравнения», «Нестандартная арифметика».

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
1	2	3
ОПК-1	частично	<i>Знать:</i> - теоретические и методологические основания диофантовой теории с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий;

		<p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- реферировать научную литературу, в том числе на иностранных языках, при условии соблюдения научной этики и авторских прав;</li> </ul> <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- современными информационно-коммуникационными технологиями;</li> </ul>
<i>ПК-1</i>	<i>частично</i>	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные аналитические формулы и их качественные пояснения;</li> </ul> <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- самостоятельно проводить конкретные вычисления, необходимые для доказательства свойств и теорем курса;</li> </ul> <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами проведения теоретических и экспериментальных исследований в области теории чисел;</li> </ul>
<i>ПК-2</i>	<i>частично</i>	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия курса: нормированное поле, виды нормирований, кольцо нормирования, идеал нормирования, пополнение поля по норме, представление элементов полного нормированного поля, символ Гильберта;</li> </ul> <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать опыт и результаты собственных научных исследований для формирования профессионального мышления;</li> </ul> <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- прикладными ИТ в научно-исследовательской деятельности и использовать их в представлении результатов НИР;</li> </ul>
<i>УК-1</i>	<i>частично</i>	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные методы научно-исследовательской деятельности.</li> </ul> <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах; критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника;</li> <li>- избегать автоматического применения стандартных формул и приемов при решении задач;</li> <li>- находить фундаментальные единицы для вещественных квадратичных полей</li> </ul> <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами решения базовых задач криптографии и математической теории кодов, находить число классов квадратичного поля;</li> </ul>
<i>УК-3</i>	<i>частично</i>	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- формулировки основных теорем курса;</li> <li>- принцип Минковского-Хассе;</li> <li>- методы критического анализа и оценки современных научных достижений;</li> <li>- об особенностях р-адического анализа и арифметики;</li> </ul> <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов;</li> <li>- определять, эквивалентны или нет бинарные квадратичные формы, отвечать на вопрос о представлении рационального числа квадратичной формой от двух или трех переменных;</li> </ul>

		-вычислять символ Гильберта, доказывать его свойства; <i>Владеть:</i> - технологиями планирования профессиональной деятельности в сфере научных исследований;
УК-5	<i>частично</i>	<i>Знать:</i> - направления профессиональной самореализации; - приемы и технологии целеполагания и целереализации; - пути достижения более высоких уровней профессионального и личного развития; <i>Уметь:</i> - формулировать цели профессионального и личностного развития, оценивать свои возможности, реалистичность и адекватность намеченных способов и путей достижения планируемых целей; - находить сокращенные формы пропозициональной логики, предикатов, целые базисы и дискриминанты квадратичных и кубических полей; <i>Владеть:</i> - приемами целеполагания, планирования, реализации необходимых видов деятельности, оценки и самооценки результатов деятельности по решению профессиональных задач;

#### 4. КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Определение нормированного поля. Простейшие свойства норм. Архимедовы и неархимедовы нормирования. Эквивалентные определения неархимедовой нормы. Примеры нормированных полей. Нормирования конечного поля.

Нормирования поля рациональных чисел и функций. Эквивалентные нормирования. Описание нормирований поля рациональных чисел.  $p$ -адическое нормирование поля рациональных чисел. Показатели, их свойства. Теорема Островского. Полные и неполные нормированные поля. Процедура пополнения поля по норме.

Представление  $p$ -адических чисел рядами. Идеал нормирования, кольцо целых  $p$ -адических чисел – пример локального кольца. Единицы кольца, описание единиц кольца. Запись  $p$ -адического числа в виде произведения единицы и степени униформизирующего элемента. Особенности  $p$ -адической метрики. Сходимость  $p$ -адических рядов. Экспонента и логарифм в поле  $p$ -адических чисел. Описание квадратов в поле  $p$ -адических чисел. Индекс подгруппы квадратов в мультипликативной группе поля. Корни из единицы в полях  $p$ -адических чисел.

Ранг, матрица, матричная запись квадратичной формы. Эквивалентные квадратичные формы, некоторые инварианты классов эквивалентности. Теорема Лагранжа. Представление элементов поля квадратичными формами. Представление нуля квадратичной формой, некоторые свойства и следствия этих представлений. Общие свойства бинарных квадратичных форм. Прямая сумма квадратичных форм. Теорема о сокращении Витта. Классы Витта.

Теоремы о числе решений сравнений: теорема Варнинга, теорема Шевалле, теоремы о числе решений системы сравнений. Вычисление группы классов Витта квадратичных форм над конечными полями.

Теорема о представлении нуля  $p$ -адической квадратичной формой, и ее следствия. Бинарные квадратичные формы и их свойства. Символ Гильберта, его свойства. Описание

эквивалентности бинарных форм с помощью символа Гильберта. Формула произведения для символов Гильберта. Доказательство теоремы

Минковского-Хассе. Эквивалентность квадратичных форм над полем рациональных чисел. Классические задачи о представлении чисел суммами двух, трех и четырех квадратов.

5. ФОРМА АТТЕСТАЦИИ – экзамен

6. КОЛИЧЕСТВО ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦ – 3 зачетных единицы

Составитель: профессор кафедры МОиИТ,  
д. ф.-м. н., В.Г. Журавлев

  
\_\_\_\_\_  
ПОДПИСЬ

Заведующий кафедрой МОиИТ Ю.Ю. Евсева

  
\_\_\_\_\_  
ПОДПИСЬ

Председатель  
учебно-методической комиссии направления В.А.Игонин

  
\_\_\_\_\_  
ПОДПИСЬ

Дата: 26.06.2018



Федеральное государственное учреждение  
научно-педагогическое образование  
Федеральный научный центр  
образования и педагогических исследований  
Институт педагогических исследований