

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор, проректор по научной  
и инновационной работе

В.Г. Прокошев

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2016 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Методы вычислений

Направление подготовки 01.06.01 - Математика и механика

Направленность (профиль) подготовки «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Уровень высшего образования Подготовка кадров высшей квалификации

Квалификация выпускника «Исследователь. Преподаватель-исследователь»

Форма обучения очная

Год	Трудоемкость зач. ед./час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРА, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
2	3/108	36			72	Зачет
Итого	34/108	36			72	Зачет

г. Владимир 2016 г.

## **1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Преподавание курса «Методы вычислений» имеет своей целью – изучение методов численного анализа, дополняющих основные классические методы, изученные в обязательном курсе "Методы вычислений". В результате изучения курса аспирант должен знать и уметь использовать в научной работе и прикладных исследованиях: методы и подходы приближенного решения задач анализа и его приложений.

Задачи курса – сформировать у аспирантов теоретические знания и практические навыки для решения разнообразных прикладных задач. Курс численных методов, в первую очередь, являясь прикладным, в то же время должен обеспечивать знакомство дополнениями к общей теории численных методов. Аспирант должен овладеть как общим понятийным аппаратом, так и большим количеством фактического материала. Наряду с изучением собственно методов вычислений, должен быть освоен общий подход к выбору и применению численного метода при решении новых прикладных задач.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

В соответствии с учебным планом дисциплина «Методы вычислений» является дисциплиной по выбору (Б1.В.ДВ.1.2) направления профессиональной подготовки аспирантов 01.06.01 - Математика и механика, по направленности «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» и предполагает углубление и дифференциацию профессиональных компетенций аспирантов.

Понятия, методы и конструкции современной математики носят достаточно общий характер, «чистая» математика весьма абстрактна, терминология теоретической математики неприменима для решения прикладных задач физики, астрономии, химии, биологии, медицины, экологии и др. Поэтому еще в начале XX в. численные методы выделяются в самостоятельный раздел математики — вычислительную математику.

Важный вклад в развитие личности кандидата физико-математических специальностей вносит обучение численным методам. Существенное значение здесь имеют знания исторических предпосылок создания и развития вычислительной математики; ее вклада в научно-технический прогресс человеческого общества.

Понимание взаимосвязи в развитии современной вычислительной математики и общественного прогресса позволяет аспирантам, глубже осознать специфику учебного

курса численных методов и методов вычислительной математики. Знание истории создания и развития вычислительной математики помогает студентам выявить гносеологический процесс в прикладной математике. В результате у них создается правильное представление о путях приобретения человечеством знаний об окружающем нас мире, о развитии методов этого познания.

Для освоения данного курса необходимо предварительное изучение следующих дисциплин: математического анализа, линейной алгебры, элементов теории дифференциальных уравнений.

### **3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

В результате освоения программы аспирантуры у выпускника должны быть сформированы:

#### **– универсальные компетенции**

- способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1);
- готовностью участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач (УК-3);
- способностью планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития (УК-5).

#### **– общепрофессиональные компетенции**

- способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);
- готовностью к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования (ОПК-2).

#### **– профессиональные компетенции**

- способностью к демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с профессиональной деятельностью (ПК-1);

- способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и умением совершенствовать и развивать математическую теорию при анализе проблем естествознания (ПК-2);
- способностью в составе научно-исследовательского и производственного коллектива к проведению научно-исследовательской и научно-исследовательской деятельности в профессиональной области (ПК-3);

В результате изучения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

1) Знать: основные идеи и алгоритмы методов вычислений; границы применимости конкретных методов.

2) Уметь: выбрать и обосновать метод решения задачи, сформировать алгоритм решения и указать область его применения; численно решать обыкновенные дифференциальные уравнения и их системы (методами Эйлера, Рунге-Кутты, прогноза и коррекции); находить собственные значения и собственные векторы матриц; находить приближенные решения дифференциальных уравнений с частными производными; строить конечно-разностные схемы; оценивать погрешность полученных решений.

3) Владеть: навыками использования информационных технологий для решения прикладных задач; культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, навыками математического моделирования на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «Методы вычислений»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 108 ч., 3 зачетные единицы.

№ п/п	Раздел дисциплины	Год обучения	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу аспирантов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
			лекции	практ.	СРА	
1.	Классические методы вычислений	2	8	-	16	собеседование
2.	Методы решения нелинейных уравнений	2	10	-	18	собеседование
3.	Численное решение ОДУ	2	8	-	20	собеседование
4.	Численное решение уравнений с частными производными	2	10	-	18	собеседование
<b>ИТОГО:</b>			<b>36</b>	<b>-</b>	<b>72</b>	<b>Зачет</b>

#### ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

##### Тема 1. Классические методы вычислений

Понятие о прямых и обратных теоремах теории приближения. Задачи Золотарева и Чебышева о многочленах, наименее уклоняющихся от нуля. Теоремы Валле-Пуссена и Чебышева об альтернансе. Теорема Джексона об оценке наименьших уклонений. Ортогональные многочлены. Трехчленная рекуррентная формула, формула Кристоффеля-Дарбу. Ряды Фурье по ортогональным многочленам. Неравенство Лебега. Сплайн-аппроксимация (интерполяция). Порядок приближения сплайнами. Построение кубических сплайнов. Задачи линейной алгебры. Метод простой итерации и итерации Зейделя. Метод релаксации. Оптимизация параметра процесса, ускорение сходимости итераций. Теорема о достаточном условии сходимости, необходимое и достаточное условие сходимости. Проблема о собственных значениях и собственных векторах матрицы. Итерационный метод, метод вращений Якоби, степенные методы. Метод прогонки для трехдиагональной матрицы.

## **Тема 2. Методы решений нелинейных уравнений**

Метод бисекций, метод Ньютона, метод итераций. Понятие о некорректно поставленных задачах. Метод регуляризации на примере задач линейного программирования.

## **Тема 3. Численное интегрирование ОДУ**

Применение метода разложения в степенные ряды, формулы Эйлера-Коши. Метод ломаных Эйлера, метод добавочного полушага, методы Рунге-Хейна-Кутта. Численное интегрирование уравнений высших порядков. Метод Рунге-Кутта для уравнений второго порядка. Оценки погрешностей. Методы решения жестких дифференциальных систем, построение неявных схем различных степеней.

## **Тема 4. Численное решение уравнений с частными производными**

Сходимость, аппроксимация, устойчивость разностных схем. Исследование аппроксимативных свойств конечно-разностных схем на модельных примерах. Спектральный признак Неймана устойчивости. Принцип замороженных коэффициентов. Представление решений некоторых модельных задач в виде конечных рядов Фурье. Примеры явных и неявных схем для уравнений переноса, колебаний струны и теплопроводности. Схемы с весами, их устойчивость и аппроксимация. Схема для уравнения Пуассона в прямоугольнике, ее корректность. Вариационно-разностные и проекционно-разностные схемы.

Метод конечных элементов в краевых задачах для уравнения Пуассона в областях с гладкими границами. Методы Рунца и Галеркина. Численное решение линейных интегральных уравнений. Интегральные уравнения первого и второго рода. Метод итераций, метод аппроксимации ядер многочленами и вырожденными ядрами для решения интегральных уравнений Фредгольма, Вольтерра 2-го рода. Задача о собственных значениях. Формулы Гильберта-Шмидта. Методы коллокации, наименьших квадратов, Галеркина. Метод регуляризации для интегральных уравнений 1-го рода.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Качество обучения достигается за счет использования следующих форм учебной работы: лекции, самостоятельная работа аспиранта (выполнение индивидуальных домашних заданий), консультации, активное, постоянное взаимодействие между преподавателем и аспирантом в процессе обучения.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ АСПИРАНТОВ**

### **Вопросы для подготовки к зачету**

1. Задача о наилучшем приближении в линейных нормированных пространствах.
2. Понятие о прямых и обратных теоремах теории приближения.
3. Задачи Золотарева и Чебышева о многочленах, наименее уклоняющихся от нуля.
4. Теоремы Валле-Пуссена и Чебышева об альтернансе.
5. Теорема Джексона об оценке наименьших уклонений.
6. Ортогональные многочлены. Трехчленная рекуррентная формула, формула Кристоффеля-Дарбу.
7. Сплайн-аппроксимация. Метод приближения сплайнами.
8. Методы простой итерации и итерации Зейделя.
9. Метод релаксации. Оптимизация параметра процесса, ускорение сходимости итераций.
10. Проблема о собственных значениях и собственных векторах матрицы.
11. Понятие о некорректно поставленных задачах.
12. Метод регуляризации на примере задач линейного программирования.
13. Численное интегрирование ОДУ и оценки погрешности.
14. Численное решение уравнений с частными производными. Сходимость, аппроксимация. Устойчивость разностных схем.
15. Исследование аппроксимативных свойств конечно-разностных схем на модельных примерах.
16. Примеры явных и неявных схем для уравнений переноса.
17. Примеры явных и неявных схем для уравнений колебаний струны и теплопроводности.
18. Схема для уравнения Пуассона в прямоугольнике, ее корректность.
19. Вариационно-разностные и проекционно-разностные схемы.
20. Метод конечных элементов в краевых задачах для уравнения Пуассона в областях с гладкими границами.
21. Методы Рунге и Галеркина.
22. Метод итераций, метод аппроксимации ядер многочленами и вырожденными ядрами для решения интегральных уравнений Фредгольма,
23. Метод аппроксимации ядер многочленами и вырожденными ядрами для решения интегральных уравнений Вольтерра 2-го рода. Задача о собственных значениях.

### **Вопросы для самостоятельной работы**

1. Методы решения нелинейных уравнений
2. Численное решение ОДУ
3. Численное решение уравнений с частными производными

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### а) основная литература:

1. Численные методы. Учебное пособие для вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - М.: БИНОМ, 2015. ISBN 978-5-9963-2616-7.
2. Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под ред. В. А. Садовниченко. - М.: БИНОМ, 2015. ISBN 978-5-9963-2980-9.
3. Численные методы: учеб.пособие / Е.В. Карманова. - М. : ФЛИНТА, 2015. ISBN 978-5-9765-2303-6.

### б) дополнительная литература:

1. Maple 9.5/10/11 в математике, физике и образовании / В.П. Дьяконов. - М. : ДМК Пресс, 2010. ISBN 978-5-94074-501-3.
2. Интерактивные системы Scilab, Matlab, Mathcad: учебное пособие / И.Е. Плещинская. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. ISBN 978-5-7882-1715-4.
3. Численные методы. / Формалев В. Ф., Ревизников Д. Л. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. ISBN 5-9221-0479-9.

### в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

математические пакеты Maple, Scilab, MATLAB и др.

1. <http://lib.mexmat.ru>
2. <http://www.mathnet.ru/>
3. <http://exponenta.ru/>
4. <http://www.edu.ru/>
5. <http://www.scilab.org>

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

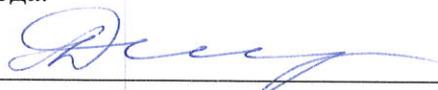
- Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с автоматическим экраном.
- Электронные учебные материалы на компакт-дисках.
- Лаборатории вычислительных методов 405-3, 528-3.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО (уровень подготовки кадров высшей квалификации) по направлению 01.06.01 - Математика и механика и направленности (профилю) подготовки «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Рабочую программу составил главный научный сотрудник, д. ф.-м. н. Данченко В.И. 

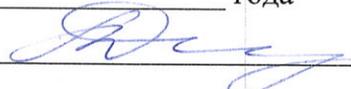
Рецензент(ы)  (Кравченко О.В.) - директор по маркетингу ЗАО Инвестиционная фирма "ПРОК-Инвест"

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры \_\_\_\_\_ протокол № 1 от 1.09.2016 года.

Заведующий кафедрой 

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 01.06.01

Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Председатель комиссии 

(ФИО, подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 2017/18 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 04.09.17 года

Заведующий кафедрой  (Бурков В. В.)

Рабочая программа одобрена на 2018/19 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 04.09.18 года

Заведующий кафедрой  (Бурков В. В.)

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_