

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)**



**УТВЕРЖДАЮ**

Первый проректор, проректор по научной  
и инновационной работе

В.Г. Прокошев

«                  » 2016 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

**Направление подготовки** 01.06.01 - Математика и механика

**Направленность (профиль) подготовки** «Вещественный, комплексный и  
функциональный анализ»

**Уровень высшего образования** Подготовка кадров высшей квалификации

**Квалификация выпускника** «Исследователь. Преподаватель-исследователь»

**Форма обучения** очная

Год	Трудоемкость зач. ед./час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРА, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
2	3/108	36			72	Зачет
Итого	3/108	36			72	Зачет

г. Владимир 2016 г.

## **1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Преподавание курса «Аналитические функции» имеет своей целью – изучение многообразных и эффективных приложений методов операционного исчисления к самым разным вопросам математической физики, радиотехники, механики и пр.

**Задачи курса** – сформировать у аспирантов теоретические знания и практические навыки для решения разнообразных прикладных задач. Аспирант должен овладеть как общим понятийным аппаратом теории аналитических функций, так и изучить методы операционного исчисления, позволяющие свести решения интегро-дифференциальных уравнений (систем) к решению алгебраических уравнений.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

В соответствии с учебным планом дисциплина «Аналитические функции» является дисциплиной по выбору (Б1.В.ДВ.1.1) направления профессиональной подготовки аспирантов 01.06.01 - Математика и механика, по направленности «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» и предполагает углубление и дифференциацию профессиональных компетенций аспирантов.

Дисциплина «Аналитические функции» является одним из важнейших направлений в современной подготовке, по направленности «Вещественный, комплексный и функциональный анализ». Она включает в себя широкий круг вопросов теории аналитических функций и самые разные приложения в задачах анализа и численных методов.

Дисциплина «Аналитические функции» является естественным продолжением стандартного университетского курса ТФКП. Круг рассматриваемых здесь вопросов состоит из нескольких достаточно независимых друг от друга глав, объединенных общими методами комплексного анализа. Здесь рассматриваются классические прикладные задачи операционного исчисления, теории поля, конформных отображений и др. Таким образом, курс позволяет аспиранту овладеть практическими возможностями аппарата теории аналитических функций.

Курс «Аналитические функции» рассматривает методы операционного исчисления, которые могут применяться кандидатами как альтернативный способ решения прикладных и научно-исследовательских задач. Средствами операционного исчисления объясняются некоторые моменты, не поддающиеся простой интерпретации в терминах вещественного анализа. Владея этой специальной методологией, будущий кандидат ф.-м. наук может значимо повысить системность и направленность своей деятельности, в том числе научно-исследовательской.

### **3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

В результате освоения программы аспирантуры у выпускника должны быть сформированы:

**– универсальные компетенции**

- способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1);
- готовностью участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач (УК-3);
- способностью планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития (УК-5).

**– общепрофессиональные компетенции**

- способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);
- готовностью к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования (ОПК-2).

**– профессиональные компетенции**

- способностью к демонстрации общенациональных базовых знаний естественных наук, математики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с профессиональной деятельностью (ПК-1);

- способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и умением совершенствовать и развивать математическую теорию при анализе проблем естествознания (ПК-2);
- способностью в составе научно-исследовательского и производственного коллектива к проведению научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности в профессиональной области (ПК-3);

В результате изучения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

- 1) Знать: основные идеи и алгоритмы методов операционного исчисления; основные типы интегральных преобразований; свойства аналитических функций.
- 2) Уметь: находить оригинал и изображение Лапласа; решать обыкновенные дифференциальные уравнения и их системы методами операционного исчисления; решать уравнения с частными производными; вычислять оригинал и изображение Фурье.
- 3) Владеть: навыками использования информационных технологий для решения прикладных задач; культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, навыками математического моделирования на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «Аналитические функции»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 108 ч., 3 зачетные единицы.

№ п/п	Раздел дисциплины	Год обучения	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу аспирантов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации
			лекции	практ.	СРА	
1.	Введение	2	2	-	4	собеседование
2.	Операционное исчисление	2	10	-	18	собеседование
3.	Применение операционного исчисления	2	8	-	18	собеседование
4.	Обобщение теории интегральных преобразований	2	8	-	16	собеседование
5.	Краевые задачи теории функций и их приложения	2	8		16	собеседование
<b>ИТОГО:</b>			<b>36</b>	<b>-</b>	<b>72</b>	<b>зачет</b>

#### ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

##### Тема 1. Введение

Общее понятие об аналитических функциях. Метод интегральных преобразований как метод математического анализа.

##### Тема 2. Операционное исчисление

История развития. Основные определения. Оригинал. Изображение. Нахождение оригинала и изображения. Свойства преобразования Лапласа. Линейность. Теоремы подобия, смещения, запаздывания. Интегрирование/дифференцирование оригинала-изображения. Произведение изображений. Теорема умножения. Интеграл Дионеля. Теорема Эфроса. Свертка функций. Основные свойства свертки. Определение класса обобщенных функций. Преобразование Лапласа для обобщенных функций. Преобразование Лапласа степенной функции. Гамма-функция. Изображение интегралов Френеля. Предельные соотношения.

### **Тема 3. Применение операционного исчисления**

Применение операционного метода к решению ОДУ и их систем. Использование интеграла Дюамеля. Решение интегральных уравнений Вольтера с ядрами специального вида и других уравнений . Вычисление несобственных интегралов. Применение ОИ к решению задач математической физики. Решение ДУ с частными производными.

### **Тема 4. Теория интегральных преобразований**

Обобщение теории интегральных преобразований. Преобразование Фурье. Вычисление оригинала и изображения Фурье. Преобразование Меллина, Ханкеля.

### **Тема 5. Краевые задачи теории функций и их приложения**

Задача обтекания. Соленоидальные, потенциальные поля. Потенциал. Связь потенциала с гармоническими функциями. Уравнение Лапласа. Гармонические функции и их свойства. Связь гармонических и аналитических функций. Классификация особых точек гармонической функции.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Качество обучения достигается за счет использования следующих форм учебной работы: лекции, самостоятельная работа аспиранта (выполнение индивидуальных домашних заданий), консультации, активное, постоянное взаимодействие между преподавателем и аспирантом в процессе обучения.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ**

### **УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ АСПИРАНТОВ**

#### **Вопросы для подготовки к зачету**

1. Оригинал. Изображение. Нахождение оригинала и изображения.
2. Свойства преобразования Лапласа. Линейность. Теоремы подобия, смещения, запаздывания.
3. Интегрирование/дифференцирование оригинала-изображения.
4. Произведение изображений. Теорема умножения.
5. Интеграл Дюамеля. Теорема Эфроса.
6. Свертка функций. Основные свойства свертки.
7. Дельта-функция. Изображение дельта-функции.

8. Определение класса обобщенных функций. Преобразование Лапласа для обобщенных функций.
9. Преобразование Лапласа степенной функции.
10. Гамма-функция.
11. Изображение интегралов Френеля.
12. Применение операционного метода к решению ОДУ и их систем.
13. Решение интегральных уравнений Вольтера с ядрами специального вида и других уравнений.
14. Вычисление несобственных интегралов.
15. Применение ОИ к решению задач математической физики.
16. Решение ДУ с частными производными.
17. Преобразование Фурье. Вычисление оригинала и изображения.
18. Преобразование Меллина, Ханкеля.
19. Задача обтекания. Потенциал.
20. Уравнение Лапласа.
21. Задача Дирихле.
22. Конформные отображения.

### **Задачи для самостоятельной работы**

1. Является ли оригиналом функция  $f(t) = 3^t \cdot \chi(t)$
2. Найти изображения оригинала:  $\frac{\sin 2t}{t} + \sin 2t \cos 3t$
3. Найти оригиналы, соответствующие изображению:  $\frac{2p+7}{(p+1)(p^2-3p)}$
4. Не вычисляя интегралы, найти изображение  $\int_0^t \tau e^\tau \sin 2\tau d\tau$
5. Вычислить интеграл  $\int_0^t \sin \tau \cos(t-\tau) d\tau$
6. Найти решение задачи Коши  $x'' + 2x' + x = t^2 + 5t + 4; x(0) = -1; x'(0) = 0$
7. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x' + x - y = 2t + 5 \\ y' + 2x' - 3x = t \end{cases} x(0) = 0; y(0) = 1$
8. Решить интегральное уравнение  $\int_0^t e^{t-\tau} x(\tau) d\tau = 3t^2 - 1$

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **а) основная литература:**

1. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного/ М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. - 2-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. - 344 с.: ил. - (Технический университет). - ISBN 978-5-9963-0781-4.
2. Теория функций комплексного переменного: Учебник / Е.С. Половинкин. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 254 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-004864-2, 500 экз.
3. Шабунин, М. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного/ М. И. Шабунин, Е. С. Половинкин, М. И. Карлов. - 3-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. - 362 с. : ил.; 70x100/16 - ISBN 978-5-9963-0801-9.

### **б) дополнительная литература:**

1. Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г. Высшая математика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Сборник задач с решениями: учебное пособие / Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г. - М. : Издательский дом МЭИ, 2012. – 304 с. - ISBN 978-5-383-00732-7.
2. Малышева Н.Б. Функции комплексного переменного/ Малышева Н.Б., Розендорн Э.Р — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.— 169 с. ISBN 978-5-9221-0977-2.
3. Мирошин Н. В. Интегральные и дифференциальные операторы и обобщенные функции: Учебно-методическое пособие / Мирошин Н.В., Логинов А.С., Гордеев Ю.Н. - М.:НИЯУ "МИФИ", 2010. - 168 с. ISBN 978-5-7262-1317-0

### **в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

математические пакеты Maple, Scilab, MATLAB и др.

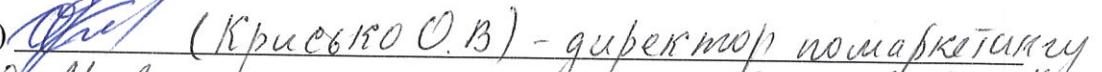
1. <http://lib.mexmat.ru>
2. <http://www.mathnet.ru/>
3. <http://exponenta.ru/>
4. <http://www.edu.ru/>
5. <http://www.scilab.org>

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

- Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с автоматическим экраном.
- Электронные учебные материалы на компакт-дисках.
- Лаборатории вычислительных методов 405-3, 528-3.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО (уровень подготовки кадров высшей квалификации) по направлению 01.06.01 - Математика и механика и направленности (профилю) подготовки «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Рабочую программу составил главный научный сотрудник, д. ф.-м. н. Данченко В.И. 

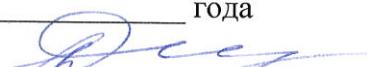
Рецензент(ы)  (Крисько О.В) - директор по маркетингу  
ЗАО Инвестиционная группа „ПРОК-Инвест“

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры \_\_\_\_\_  
протокол № 1 от 109 2016 года.

Заведующий кафедрой 

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 01.06.01

Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Председатель комиссии 

(ФИО, подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 2017/18 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 04.09.17 года

Заведующий кафедрой Дн (Бурков В.Д.)

Рабочая программа одобрена на 2018/19 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 04.09.18 года

Заведующий кафедрой Дн

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_